VOLUME 2, No 1, Juni 2023
e-ISSN: 2987-206X
https://ejournal.unib.ac.id/diophantine,

Analisis Manajemen Pengelolaan Pohon *Gmelina arborea* Roxb. pada Hutan Rakyat di Tasikmalaya dan Banjar, Jawa Barat

Siti Aizal Yasni Ellena[1*], Lidia H. Y. A. Rudamaga[2], dan Anita Triska[3]

[1,2]Prodi S-1 Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Padjadjaran

[3]Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Padjadjaran

* Corresponding Author: siti19025@mail.unpad.ac.id

Article Information

Article History:
Submitted: 05 29 2023
Accepted: 06 20 2023
Published: 06 30 2023

Key Words:
Forest Management
Linear Algebra
Maximum profit
Community Forest
Gmelina

DOI:
https://doi.org/10.33369/diophantine.v2i01.27772

Abstract

Forests are natural resources which if it is managed properly can provide the economic benefits to the surrounding. Woods from trees in the forest are one of the economic benefits that can be gained from the forest. However, trees must be logged under a precise calculation and controlled continuously so that they are not extinct. Logging time in a forest is generally determined by the needs of farmers, which may not necessarily provide maximum benefits. Therefore, harvesting management is needed to obtain optimal benefits while still maintaining the forest sustainability. This paper discusses a basic model of the tree harvesting using Linear Algebra which is applied to one of economically valuable trees, i.e., *Gmelina arborea* Roxb. on the community forest in Tasikmalaya and Banjar, West Java. Initially, the tree population is divided into 16 class intervals based on their diameter. Analysis of the harvesting model implies that the optimal results will be obtained by logging all of trees in one class with the highest selling value. By applying this scenario, all of the *Gmelina arborea* Roxb. on the community forest in Tasikmalaya and Banjar, West Java must be logged at the 9th class which will provide a maximum profit of IDR 12,491,843.889 for every 1,000 trees harvested.

1. PENDAHULUAN

Hutan merupakan sumber daya alam yang jika dikelola dengan baik dapat memberikan berbagai manfaat bagi masyarakat, salah satunya adalah manfaat ekonomi yang dapat diperoleh dari hasil produksi kayu pohon pada hutan [1]–[3]. Dalam undang-undang tentang pelaksanaan rehabilitasi hutan dan lahan, terdapat istilah mengenai hutan rakyat. Hutan rakyat merupakan hutan yang tumbuh, dibangun, dan dikelola oleh rakyat, baik perseorangan, kelompok, maupun suatu badan hukum [4]. Keberadaan hutan ini menjadi penting dikarenakan kemampuan pasokan kayu dari hutan alam menurun serta belum optimalnya hasil pembangunan hutan tanaman [5]–[7]. Secara biologis, pohon akan mencapai puncak pertumbuhannya dan dapat ditebang ketika nilai riap volume rata-rata tahunan (MAI) sama dengan riap volume tahun berjalan (CAI), kemudian pohon akan tua dan mati [8, 9]. Hal ini disebut sebagai daur optimal berdasarkan metode kulminasi maksimum [10, 11]. Namun, pada umumnya waktu tebang hutan rakyat ditentukan oleh kebutuhan petani, sehingga belum tentu memberikan keuntungan yang maksimal [3, 6]. Oleh karena itu, diperlukan suatu upaya pengelolaan hutan, agar hasil keuntungan yang diperoleh maksimal, namun tetap menjaga kelestarian hutan, sehingga dapat melakukan usaha yang optimal dan berkelanjutan.

Upaya untuk memperoleh keuntungan yang maksimal dari produksi kayu hutan tanaman telah dilakukan oleh beberapa ahli bidang salah satunya adalah bidang matematika. Pada bidang matematika dalam Aljabar Linier, dimodelkan suatu pengelolaan hutan yang didasarkan pada suatu kebijakan pemanenan dengan mempertimbangkan kelestarian hutan. Model ini menetapkan konfigurasi awal hutan haruslah sama dengan

konfigurasi akhir hutan setelah dikurangi panen dan ditambah dengan penanaman bibit baru. Konfigurasi awal hutan terdiri dari tanaman yang dikelompokkan berdasarkan diameter yang berbeda di awal pertumbuhan, sedangkan konfigurasi akhir hutan terdiri dari tanaman pada kelompok yang tersisa selama periode pertumbuhan [12].

Berdasarkan latar belakang di atas, dalam artikel ini dibahas penerapan model pengelolaan hutan yang optimal dan berkelanjutan dengan pendekatan aljabar linier pada hutan rakyat *Gmelina arborea* Roxb, di Tasikmalaya dan Banjar, Jawa Barat. Pertumbuhan pohon jenis *Gmelina* yang relatif cepat yaitu dengan daur 7-10 tahun serta kualitas kayu yang relatif sama dengan sengon menjadi alasan mengapa jenis ini dipilih untuk dikembangkan di daerah tersebut [13, 14].

2. MODEL PENGELOLAAN HUTAN (*FOREST MANAGEMENT*)

Model pengelolaan hutan pada artikel ini merupakan model dasar pemanenan hutan berkelanjutan yang menggunakan beberapa konsep dasar dari Aljabar Linier [12]. Dalam pemodelan ini, pohon-pohon akan dikelompokkan ke dalam kelas-kelas interval berdasarkan tingginya. Selain itu, terdapat asumsi-asumsi yang dipakai dalam model ini, yaitu:

1. Jumlah pohon di dalam hutan akan selalu sama, misalkan s.
2. Tidak ada pohon yang mati selama periode pertumbuhan.
3. Selama periode pertumbuhan, pohon yang berada pada suatu kelas dapat tumbuh sehingga pohon akan naik ke kelas yang lebih tinggi atau tetap berada dalam kelas yang sama.
4. Tidak ada pohon yang naik tumbuh sampai lebih dari satu kelas.
5. Terdapat harga jual p_i untuk setiap pohon pada kelas ke-i dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Misalkan di awal periode banyaknya pohon pada kelas ke-i adalah x_i dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Banyak pohon di awal periode pada setiap kelas ke-i dapat dinyatakan ke dalam vektor $\mathbf{x}$ sebagai berikut

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, x_i \geq 0, i = 1,2,3, \dots, n. \tag{1}$$

Sebelumnya telah diasumsikan bahwa jumlah pohon di dalam hutan akan selalu sama, yaitu s. Maka, s merupakan penjumlahan dari banyaknya pohon pada setiap kelas ke-i, atau secara matematis dapat dinyatakan sebagai

$$s = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1} + x_n. \tag{2}$$

Misalkan g_i dengan $i = 1,2,3, \dots, n-1$ merupakan persentase pohon pada kelas ke-i yang tumbuh dan naik kelas selama periode pertumbuhan. Maka, pada akhir periode pertumbuhan, ketersediaan pohon di hutan yang semula adalah $\mathbf{x}$ akan berubah menjadi $\mathbf{x}'$, dimana

$$\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} 1-g_1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ g_1 & 1-g_2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & g_2 & 1-g_3 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1-g_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & g_{n-1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix}$$

dan

$$G = \begin{bmatrix} 1-g_1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ g_1 & 1-g_2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & g_2 & 1-g_3 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1-g_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & g_{n-1} & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

menyatakan matriks pertumbuhan yang dinotasikan sebagai matriks G, sehingga $\mathbf{x}'$ dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} 1-g_1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ g_1 & 1-g_2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & g_2 & 1-g_3 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1-g_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & g_{n-1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = G\mathbf{x}. \tag{4}$$

Misalkan $\mathbf{y}$ adalah vektor panen yang menyatakan jumlah total pohon yang dipanen pada hutan, dimana entri-entri pada $\mathbf{y}$ menyatakan banyaknya pohon yang ditebang pada setiap kelas ke$-i$, yaitu

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, y_i \geq 0, i = 1,2,3,\ldots,n. \tag{5}$$

Agar keberlangsungan hutan tetap terjaga, maka setiap pemanenan pohon sebanyak $y_1 + y_2 + y_3 + \ldots + y_{n-1} + y_n$ harus diikuti penanaman bibit baru sebanyak $y_1 + y_2 + y_3 + \ldots + y_{n-1} + y_n$. Perhatikan bahwa bibit yang baru ditanam akan selalu berada pada kelas pertama. Misalkan $\mathbf{y}'$ adalah vektor yang menyatakan ketersediaan bibit yang baru ditanam, yaitu

$$\mathbf{y}' = \begin{bmatrix} y_1 + y_2 + \cdots + y_n \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$\mathbf{y}'$ dapat dinyatakan dalam perkalian antara matriks dengan vektor panen $\mathbf{y}$ sebagai berikut

$$\mathbf{y}' = \begin{bmatrix} y_1 + y_2 + \cdots + y_n \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix},$$

di mana

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

menyatakan matriks bibit baru yang dinotasikan R, sehingga $\mathbf{y}'$ dapat ditulis sebagai

$$\mathbf{y}' = \begin{bmatrix} y_1 + y_2 + \cdots + y_n \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = R\mathbf{y}. \tag{7}$$

Misalkan kebijakan yang berlaku dalam pemanenan berkelanjutan menyatakan bahwa banyaknya pohon yang tersedia di akhir periode pertumbuhan dapat dipanen asalkan setelah pemanenan, bibit-bibit baru harus ditanam sebagai gantinya dan ketersediaan pohon setelahnya harus sama dengan awalnya. Oleh karena itu, diperoleh persamaan berikut

$$\begin{bmatrix} pohon-pohon \\ yang\ tersedia \\ di\ akhir\ periode \end{bmatrix} - [panen] + \begin{bmatrix} bibit-bibit \\ yang\ harus \\ ditanam \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ketersediaan\ pohon \\ pada\ awal\ periode \end{bmatrix}$$

atau secara matematis dapat dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} \mathbf{x}' - \mathbf{y} + \mathbf{y}' &= \mathbf{x} \\ G\mathbf{x} - \mathbf{y} + R\mathbf{y} &= \mathbf{x} \\ G\mathbf{x} - \mathbf{x} &= \mathbf{y} - R\mathbf{y} \\ \mathbf{x}(G-I) &= \mathbf{y}(I-R). \end{aligned} \tag{8}$$

Kemudian, substitusikan persamaan (3), (6), (1), dan (5) ke persamaan (8), sehingga diperoleh

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & \cdots & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_{n-1} \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ g_1 & -g_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & -g_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -g_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & g_{n-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -y_2 - y_3 \ldots - y_n \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_{n-1} \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g_1 x_1 \\ g_1 x_1 - g_2 x_2 \\ g_2 x_2 - g_3 x_3 \\ \vdots \\ g_{n-2} x_{n-2} - g_{n-1} x_{n-1} \\ g_{n-1} x_{n-1} \end{bmatrix}, \tag{9}$$

Dari persamaan (9) diperoleh Sistem Persamaan Linier (SPL) yang menghubungkan **y** dan **x**, yaitu

$$\begin{aligned} -y_1 - y_2 - y_3 - \ldots - y_n &= -g_1 x_1, \\ y_1 + y_2 + y_3 + \ldots + y_n &= g_1 x_1, \\ y_2 &= g_1 x_1 - g_2 x_2, \\ y_3 &= g_2 x_2 - g_3 x_3, \\ &\vdots \\ y_{n-1} &= g_{n-2} x_{n-2} - g_{n-1} x_{n-1}, \\ y_n &= g_{n-1} x_{n-1}, \end{aligned} \tag{10}$$

karena nilai $y_i \geq 0$, maka $g_1 x_1 \geq g_2 x_2 \geq \ldots \geq g_{n-1} x_{n-1}$.

Setelah memanen pohon y_i dan setiap pohon pada kelas ke$-i$ memiliki nilai jual p_i dengan $i = 1,2,3, \ldots, n$. Misalkan Yld merupakan jumlah biaya yang diperoleh dari memanen seluruh pohon tersebut, maka

$$Yld = p_1 y_1 + p_2 y_2 + p_3 y_3 + \ldots + p_{n-1} y_{n-1} + p_n y_n.$$

Misalkan pula bahwa pohon pada kelas pertama masih berupa bibit dan tidak memiliki nilai jual, sehingga pohon pada kelas pertama tidak ada yang ditebang atau $y_1 = 0$. Maka, nilai YId menjadi

$$Yld = p_2y_2 + p_3y_3 + \ldots + p_{n-1}y_{n-1} + p_ny_n. \tag{11}$$

Substitusikan nilai $y_2, y_3, \ldots, y_n$ yang diperoleh dari persamaan (10) ke persamaan (11), sehingga

$$\begin{aligned} Yld &= p_2(g_1x_1 - g_2x_2) + p_3(g_2x_2 - g_3x_3) + \ldots + p_{n-1}(g_{n-2}x_{n-2} - g_{n-1}x_{n-1}) + p_n(g_{n-1}x_{n-1}) \\ &= p_2g_1x_1 - p_2g_2x_2 + p_3g_2x_2 - p_3g_3x_3 + \cdots + p_{n-1}g_{n-2}x_{n-2} - p_{n-1}g_{n-1}x_{n-1} + p_ng_{n-1}x_{n-1} \\ &= p_2g_1x_1 + (p_3 - p_2)g_2x_2 + \ldots + (p_n - p_{n-1})g_{n-1}x_{n-1}. \end{aligned} \tag{12}$$

Selanjutnya, dibuat strategi pengelolaan hutan untuk memperoleh hasil optimal dan berkelanjutan berdasarkan Teorema 2.2 [12].

Teorema 2.2. *Hasil berkelanjutan yang optimal diperoleh dengan memanen semua pohon dari suatu kelas dengan tinggi tertentu dan bukan dari kelas dengan tinggi lainnya.*

Teorema 2.2 digunakan untuk mengetahui kelas pohon yang akan dipanen seluruhnya agar memperoleh hasil yang optimal. Misalkan YId_k adalah hasil optimal yang diperoleh dengan memanen semua pohon pada kelas ke-k. Kelas ke-k merupakan satu-satunya kelas yang dipanen, sehingga pohon selain pada kelas ke-k tidak akan dipanen. Secara matematis dapat ditulis sebagai

$$y_2 = y_3 = \ldots = y_{k-1} = y_{k+1} = \ldots = y_n = 0. \tag{13}$$

Karena jumlah pohon yang dipanen adalah y_k dan $y_2 = y_3 = \ldots = y_{k-1} = y_{k+1} = \ldots = y_n = 0$ maka persamaan (10) menjadi

$$\begin{gathered} y_k = g_1x_1, \\ 0 = g_1x_1 - g_2x_2, \\ 0 = g_2x_2 - g_3x_3, \\ \vdots \\ 0 = g_{n-2}x_{n-2} - g_{n-1}x_{n-1}, \\ 0 = g_{n-1}x_{n-1}, \\ y_k = g_{n-1}x_{n-1}. \end{gathered}$$

Persamaan di atas dapat dituliskan kembali menjadi

$$y_k = g_1x_1 = g_2x_2 = g_3x_3 = \ldots = g_{n-1}x_{n-1}. \tag{14}$$

Dari persamaan (14) diperoleh

$$\begin{gathered} x_2 = \frac{g_1x_1}{g_2}, \\ x_3 = \frac{g_1x_1}{g_3}, \\ \vdots \\ x_{k-1} = \frac{g_1x_1}{g_{k-1}}. \end{gathered} \tag{15}$$

Substitusikan persamaan (14) ke (2), sehingga diperoleh

$$\begin{gathered} x_1 + \frac{g_1x_1}{g_2} + \frac{g_1x_1}{g_3} + \ldots + \frac{g_1x_1}{g_{k-1}} = s, \\ x_1\left(1 + \frac{g_1}{g_2} + \frac{g_1}{g_3} + \ldots + \frac{g_1}{g_{k-1}}\right) = s, \end{gathered}$$

$$x_1 = \frac{s}{\left(1 + \frac{g_1}{g_2} + \frac{g_1}{g_3} + \ldots + \frac{g_1}{g_{k-1}}\right)}. \tag{16}$$

Kemudian, substitusikan persamaan (14), (15), dan (16) ke persamaan (11), sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} Yld &= p_2 y_2 + p_3 y_3 + \ldots + p_{n-1} y_{n-1} + p_n y_n \\ &= p_k y_k \\ &= p_k g_1 x_1 \\ &= p_k g_1 \frac{s}{\left(1 + \frac{g_1}{g_2} + \frac{g_1}{g_3} + \cdots + \frac{g_1}{g_{k-1}}\right)} \\ &= \frac{p_k s}{\left(\frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_2} + \frac{1}{g_3} + \ldots + \frac{1}{g_{k-1}}\right)}. \end{aligned}$$

Jadi, hasil pengelolaan hutan yang optimal adalah nilai terbesar dari

$$Yld_k = \frac{p_k s}{\left(\frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_2} + \frac{1}{g_3} + \ldots + \frac{1}{g_{k-1}}\right)}, \tag{17}$$

dimana k adalah nilai yang bersesuaian pada kelas yang dipilih untuk dipanen dan s adalah banyaknya pohon yang tersedia pada hutan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam penelitian ini, data pohon diambil dari permasalahan pengelolaan hutan *Gmelina arborea* Roxb. [8] dan data harga pada [15] setiap perhitungan dilakukan dengan bantuan *software* Maple 18. Asumsikan bahwa data adalah banyaknya pohon pada awal periode pertumbuhan. Kemudian, asumsikan pula bahwa data dan harga pohon dikelompokkan menjadi beberapa kelas interval berdasarkan diameternya yang disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Data pohon *Gmelina arborea* Roxb. di Tasikmalaya dan Banjar, Jawa Barat.

Kelas	Interval	Banyaknya pohon	Harga
1	[0, 4.1)	2500	0
2	[4.1, 5.69)	2375	0
3	[5.69, 6.98)	2256	0
4	[6.98, 8.08)	2143	0
5	[8.08, 9.04)	2036	0
6	[9.04, 9.92)	1934	0
7	[9.92, 10.72)	1838	0
8	[10.72, 11.47)	1746	0
9	[11.47, 12.18)	1659	2000000
10	[12.18, 12.84)	1576	2000000
11	[12.84, 13.48)	1497	2000000
12	[13.48, 14.09)	1422	2000000
13	[14.09, 14.67)	1351	2000000
14	[14.67, 15.23)	1283	2000000
15	[15.23, 15.77)	1219	2000000
16	[15.77, ∞)	1158	2000000

Untuk menentukan hasil pengelolaan hutan yang optimal dan berkelanjutan, digunakan persamaan (17) untuk menentukan kelas pohon yang akan dipanen seluruhnya.

Pertama tentukan nilai persentase suatu pohon dapat tumbuh ke kelas selanjutnya dengan mengurangi banyak populasi pada kelas ke-k dengan populasi pada kelas ke-$(k+1)$, kemudian hasilnya dibagi dengan populasi pada kelas ke-k yang ditulis sebagai berikut

$$g_k = \frac{x_k - x_{k+1}}{x_k}. \tag{18}$$

Dari persamaan (18), diperoleh persentase pohon pada kelas ke-k yang dapat tumbuh ke kelas selanjutnya yang disajikan pada Tabel 2 sebagai berikut.

Tabel 2. Persentase tumbuh pohon kelas ke-k.

k	g_k
1	0.05000000000
2	0.05010526300
3	0.05008865200
4	0.04993000500
5	0.05009823200
6	0.04963805600
7	0.05005440700
8	0.04982817900
9	0.05003013900
10	0.05012690400
11	0.05010020000
12	0.04992967600
13	0.05033308700
14	0.04988308600
15	0.05004101700

Dari Tabel 2 dan persamaan (3), diperoleh matriks pertumbuhan G dari permasalahan ini, yaitu

$$G = \begin{bmatrix}
0.95 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0.05 & 0.949895 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0.050105 & 0.949911 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0.050089 & 0.95007 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0.04993 & 0.949902 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0.050098 & 0.950362 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.049638 & 0.949946 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.050054 & 0.950172 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.049828 & 0.94997 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05003 & 0.949873 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.050123 & 0.9499 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0501 & 0.95007 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.04993 & 0.949667 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05033 & 0.950117 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.949959 & 1
\end{bmatrix}.$$

Selanjutnya, dengan menggunakan persamaan (17), ditentukan kelas pohon *Gmelina* yang akan dipanen seluruhnya untuk mendapatkan hasil yang optimal, diperoleh nilai Yld_k pada Tabel 3 sebagai berikut.

Tabel 3. Nilai Yld pada setiap kelas ke-k.

k	Yld_k
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	12,491,843.889
10	11,105,409.212
11	9,997,911.1726
12	9,090,835.3198

13	8,332,293.3836
14	7,695,338.4318
15	7,664,295.3302

Berdasarkan Tabel 3, dapat dilihat bahwa nilai Yld untuk kelas ke-1 sampai ke-8 adalah nol. Hal ini dikarenakan pada kelas tersebut pohon tidak dapat dipanen dan tidak memiliki nilai jual. Kemudian, pada kelas ke-9 sampai ke-15 diperoleh nilai Yld berturut-turut sebagai berikut $Yld_9 = 12{,}491{,}843.889$; $Yld_{10} = 11{,}105{,}409.212$; $Yld_{11} = 9{,}997{,}911.1726$; $Yld_{12} = 9{,}090{,}835.3198$; $Yld_{13} = 8{,}332{,}293.3836$; $Yld_{14} = 7{,}695{,}338.4318$; dan $Yld_{15} = 7{,}664{,}295.3302$.

Dengan menggunakan skema pemanenan pada model (8), keuntungan optimal yang tetap menjaga kelestarian hutan diperoleh dari kelas pohon yang memiliki nilai Yld tertinggi. Oleh karena itu, pada permasalahan hutan rakyat *Gmelina arborea* Roxb. di Tasikmalaya dan Banjar, Jawa Barat keuntungan optimal diperoleh dengan memanen seluruh pohon pada kelas ke-9 yang memiliki nilai Yld tertinggi, yaitu sebesar Rp12,491,843.889 untuk setiap 1,000 pohon yang dipanen.

4. SIMPULAN

Aljabar linier dapat diterapkan dalam membuat model pengelolaan manajemen hutan untuk memperoleh keuntungan optimal yang berkelanjutan. Dalam artikel ini, model tersebut diterapkan pada permasalahan pengelolaan hutan rakyat *Gmelina arborea* Roxb. di Tasikmalaya dan Banjar, Jawa Barat. Hasilnya, keuntungan optimal akan diperoleh dengan memanen semua pohon pada kelas ke-9 dengan nilai Yld tertinggi, yaitu sebesar Rp12,491,843.889 untuk setiap 1.000 pohon yang dipanen.

Penelitian ini masih menggunakan model dengan keadaan yang ideal. Oleh karena itu, selanjutnya dapat dilakukan pengembangan model dengan menambah faktor peghambat pertumbuhan pohon atau menerapkan model ini pada hutan dengan jenis pohon yang bervariasi.

REFERENSI

[1] Muthmainnah dan M. Tahnur, "Nilai Manfaat Ekonomi Hutan Kota Universitas Hasanuddin Makassar," *Jurnal Hutan dan Masyarakat*, vol. 10, no. 2, hlm. 239, Des 2018, doi: 10.24259/jhm.v10i2.4874.

[2] S. Rahmawaty, "Hutan : Fungsi dan Peranannya Bagi Masyarakat," *DUPAK DOSEN Universitas Sumatera Utara*, 2004, Diakses: 18 Juni 2023. [Daring]. Tersedia pada: http://repository.usu.ac.id/handle/123456789/1028

[3] K. I. Sundra, "Pengelolaan Sumber Daya Hutan," *Unud Repository*, 2017.

[4] Hardjanto, *Pengelolaan Hutan Rakyat*, 1 ed. Bogor: PT Penerbit IPB Press, 2017.

[5] D. Diniyati dan S. A. Awang, "Kebijakan Penentuan bentuk Insentif Pengembangan Hutan Rakyat di Wilayah Gunung Sawal, Ciamis dengan Metode AHP," *Jurnal Analisis Kebijakan Kehutanan*, vol. 7, hlm. 129–143, 2010.

[6] R. S. Wahyuningtyas, "Hutan Rakyat Trubusan Sebagai Alternatif Sistem Permudaan," *Galam*, vol. 4, hlm. 189–207, 2010.

[7] Ismail dan Z. Yahya, "Kebangkitan Usaha Hutan Rakyat," *Ziraa'ah*, vol. 41, hlm. 372–377, 2016.

[8] Y. Indrajaya dan M. Siarudin, "Daur Tebang Optimal Hutan Rakyat Gmelina (Gmelina arborea Roxb.) di Tasimalaya dan Banjar, Jawa Barat, Indonesia," *Penelitian Sosial dan Ekonomi Kehutanan*, vol. 12, hlm. 111–119, 2015.

[9] Rujehan, *Pengantar Manajemen Hutan dan Telaah Ekonomi*. Mulawarman University PRESS, 2021.

[10] G. S. Amacher, M. Ollikainen, dan E. A. Koskela, *Economics of Forest Resources*. The MIT Pres, 2009.

[11] Y. Indrajaya, "Daur Optimal Hutan Rakyat Monokultur dalam Konteks Perdagangan Karbon: Suatu Tinjauan Teoritis," *Penelitian Sosial dan Ekonomi Kehutanan*, vol. 9, hlm. 55–65, 2012.

[12] H. Anton dan C. Rorres, *Elementary Linear Algebra : Application Version*, 11 ed. Jhon Wiley & Sons, 2013.

[13] J. M. Roshetko, Mulawarman, dan P. Purnomosidhi, "Gmelina arborea - a viable species for smallholder tree farming in Indonesia?," *New Forest*, vol. 28, hlm. 207–215, 2004.

[14] H. A. Adinugraha dan D. Setiadi, "Seleksi Pohon Benih Gmelina arborea Roxb. pada Hutan Rakyat di Bondowoso, Jawa Timur," *Jurnal Hutan Tropis*, vol. 6, no. 1, 2018.

[15] Suparto, "Daftar Harga Kayu Jati Tahun 2021," 2021. https://sekilasinfo.net/daftar-harga-kayu-jati-tahun-2021/ (diakses 12 Desember 2021).