VOLUME 3, No 1, Juni 2024
e-ISSN: 2987-206X
https://ejournal.unib.ac.id/diophantine,

PERBANDINGAN METODE ARIMA (BOX JENKINS), MULTISCALE AUTOREGRESSIVE (MAR), DAN SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS (SSA) UNTUK DATA NON-STATIONER DALAM PERAMALAN DATA NILAI EKSPOR PROVINSI BENGKULU FOB (FREE ON BOARD) PELABUHAN BAAI JANUARI 2019 - SEPTEMBER 2023

A A Shidigie [1]*, L Yurike [1], D Puspita[1], A Julieta[1], N Hidayati[1], M H C Putri [2]

[1] Program Studi Statistika, Universitas Bengkulu
[2] Badan Pusat Statistik, Kota Bengkulu

* Corresponding Author: ahmadagilsidigie@gmail.com

Article Information

Article History:
Submitted: December, 25 2023
Accepted: May, 14 2024
Published:June, 30 2024

Key Words:
ARIMA
Export
Forecasting
Multiscale Autoregressive
Singular Spectrum Analysis

DOI:10.33369/diophantine.v3i1.32051

Abstract

Research explores three forecasting methods, namely ARIMA (Box Jenkins), Multiscale Autoregressive (MAR), and Singular Spectrum Analysis (SSA), in facing the challenges of non-stationary export data. Focus of the research is on forecasting the export value of Bengkulu Province FOB (Free on Board) Pelabuhan Baai from January 2019 until September 2023. Using the ARIMA method as a classical approach, as well as MAR and SSA as representations of multiscale and signal decomposition approaches, this research aims to provide a comprehensive understanding of the effectiveness of each method in dealing with dynamic export data characteristics. Efficiency evaluation is conducted using criteria such as Mean Absolute Percentage Error (MAPE), in the hope of providing valuable insights for the selection of optimal forecasting methods in the context of Bengkulu Province exports.

1. PENDAHULUAN

Model runtun waktu yang paling populer dan banyak digunakan dalam peramalan data runtun waktu adalah model *Autoregressive Integrated Moving Average* atau lebih dikenal dengan model ARIMA [1]. Model ini harus memenuhi beberapa syarat, antara lain data bersifat stasioner, residual dari model tersebut harus bersifat white noise yaitu residual mempunyai mean nol dan mempunyai varians yang konstan [1]. ARIMA sebagai model linier klasik yang stabil dan mudah dipahami. Efektif untuk data deret waktu stasioner sederhana tanpa tren kuat atau noise berlebih [2]. ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) merupakan model peramalan yang kompleks karena menggabungkan tiga komponen utama: *autoregressive* (AR) untuk menangkap pola linear, *differencing* (I) untuk mengatasi ketidakstasioneran, dan *moving average* (MA) untuk menangkap fluktuasi acak.

Multiscale autoregressive (MAR) model menunjukkan bahwa model dapat digunakan untuk memprediksi nilai masa depan dari data deret waktu yang memiliki struktur multiscale [3]. Model MAR diadaptasi dari model runtun waktu AR dengan input yang digunakan adalah koefisien wavelet dan skala yang diperoleh dengan mendekomposisi menggunakan maximum overlap discrete wavelet transformation (MODWT). Transformasi wavelet mampu merepresentasikan informasi waktu dan frekuensi secara bersamaan. Representasi waktu dan frekuensi mengakibatkan transformasi wavelet dapat digunakan untuk menganalisis data-data nonstasioner. Wavelet merupakan suatu fungsi yang secara matematis memotong data ke dalam komponen berbeda dan mempelajari masing-masing komponen dengan resolusi yang sesuai dengan skalanya. Perhitungan MAR termasuk rumit sehingga dibutuhkan Graphical User Interface (GUI) untuk memudahkan pengguna dalam analisis data dan menampilkan output yang lebih menarik [4]. *Singular Singular Spectrum Analysis* merupakan suatu teknik analisis deret waktu dan peramalan. SSA bertujuan untuk menguraikan deret asli menjadi sejumlah kecil komponen yang dapat diinterpretasikan seperti tren, osilasi dan noise. SSA banyak digunakan karena secara khusus tidak terdapat asumsi statistik apapun pada data yang digunakan, sehingga dapat digunakan untuk tipe data stasioner maupun tidak stasioner. SSA juga terbukti sangat berhasil dan telah menjadi alat standar dalam analisis klimatologi, meteorologi dan geofisika [5]. *Spectrum Analysis*

(SSA) adalah sebuah teknik analisis yang digunakan untuk peramalan. SSA mengkombinasikan elemen klasik analisis deret waktu, statistik multivariat, geometri multvariat, sistem dinamis dan pemrosesan sinyal. SSA memiliki tujuan untuk mendekomposisi sebuah rangkaian data menjadi jumlah komponen-komponen kecil yang dapat diinterpretasikan. Terdapat dua tahap dalam metode SSA. Tahap pertama disebut dekomposisi dan yang kedua disebut rekontruksi [6]

Menurut [7], ekspor adalah kegiatan mengeluarkan barang produksi dari dalam negeri ke luar negeri untuk dikirim ke negara lain. Ekspor merupakan salah satu komponen penting dalam perekonomian suatu negara. Ekspor dapat meningkatkan pendapatan nasional, menciptakan lapangan kerja, dan mendorong pertumbuhan ekonomi. Kemampuan ekspor suatu negara telah diketahui memiliki pengaruh yang positif terhadap perekonomian negara, termasuk juga perusahaan yang melakukannya. Masih banyak perusahaan yang ragu dan enggan melakukan ekspor. Kurangnya pemahaman terhadap pemasaran ekspor, sikap yang acuh tak acuh (indifference) terhadap ekspor, kurangnya keinginan untuk memberikan komitmen sumber daya perusahaan terhadap ekspor dan berbagai masalah internal lainnya diyakini merupakan penyebabnya. Provinsi Bengkulu memiliki potensi ekspor yang besar, terutama dalam bidang pertanian, pertambangan, dan kelautan. Data Ekspor Provinsi Bengkulu mengacu pada nilai *Free On Board* (FOB). Salah satu istilah pedagangan dalam Incoterms adalah Free On Board. Free On Board (FOB) berarti penyerahan barang oleh penjual ke kapal pengangkut di pelabuhan pemberangkatan (port of shipship). Penjual mempunyai kewajiban menanggung biaya, pungutan, dan risiko penyerahan barang ke kapal yang ditentukan oleh pembeli. Penyelenggaraan formalitas ekspor hingga serah terima menggunakan FOB yang dilakukan oleh penjual [8]. Keseluruhan data Ekspor dikumpulkan berdasarkan dokumen-dokumen keterangan ekspor impor yang dihasilkan oleh Kantor Pelayanan Bea dan Cukai.

Penelitian ini bertujuan untuk memberikan pemahaman mendalam tentang keefektifan tiga metode peramalan, yaitu ARIMA (Box Jenkins), *Multiscale Autoregressive* (MAR), dan *Singular Spectrum Analysis* (SSA), dalam mengolah dan meramalkan data ekspor Provinsi Bengkulu FOB (*Free on Board*) Pelabuhan Baai dari Januari 2019 hingga September 2023. Dengan menganalisis performa ketiga metode, penelitian ini diharapkan dapat memberikan wawasan yang berharga bagi pemangku kepentingan ekspor, pemerintah Provinsi Bengkulu, dan peneliti di bidang peramalan untuk meningkatkan akurasi dan ketepatan dalam meramalkan nilai ekspor di masa depan, khususnya dalam konteks pelabuhan Baai dan dinamika ekonomi Bengkulu.

2. METODE

2.1 Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah Data yang digunakan yaitu data sekunder dari website Badan Pusat Statistik Kota Bengkulu [9] yaitu Data Nilai Ekspor Provinsi Bengkulu FOB (*Free On Board*) Pelabuhan Baai Januari 2019 - September 2023.

2.2 Metode Analisis

Adapun langkah-langkah penelitian untuk studi kasus penelitian ini adalah

1. Menghitung statistik deskriptif data
2. Melakukan pengujian stationeritas dengan ragam dan rata-rata

Suatu data deret waktu dikatakan stasioner dalam ragam yaitu apabila fluktuasi datanya tetap atau konstan. Data deret waktu yang stasioner terhadap ragam apabila nilai *rounded value* data adalah 1. Transformasi Box-Cox dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut:

$$T(Y_t) = \frac{Y_t^{\lambda} - 1}{\lambda} \tag{1}$$

Pada Persamaan 1, $T(Y_t)$ merupakan fungsi transformasi dari data Y pada waktu ke-t dan λ (*rounded value*) menyatakan nilai parameter transformasi.

Uji akar unit (*unit root test*) merupakan suatu uji yang digunakan untuk melihat kestasioneran suatu data. Uji ini mengindikasikan keberadaan suatu akar unit sebagai hipotesis nol. Menurut, hipotesis yang digunakan dalam uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) yaitu sebagai berikut.

H_0: $\rho = 0$ (Terdapat *unit root* dalam data maka data tidak stasioner)

H_1: $\rho \neq 0$ (Tidak terdapat *unit root* dalam data maka data stasioner

3. Melakukan Pemodelan *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA)

Model deret waktu yang paling banyak digunakan dalam analisis deret waktu univariat adalah model ARMA, yang memenuhi asumsi stasioneritas data. Bila model ARMA datanya tidak memenuhi asumsi stasioneritas, maka dilakukan differencing data yang dikenal dengan model ARIMA.

Model deret waktu nonstasioner disebut sebagai proses ARIMA (p, d, q) dengan p orde parameter *Autoregressive*, d adalah besaran yang menyatakan berapa kali dilakukan *differencing* untuk mencapai stasioner, dan q orde parameter *moving average* [10]. Secara matematis model ARIMA (p, d, q) ditulis [11]:

Model AR(p)

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + a_1 \tag{2}$$

Model MA(q)

$$Y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \tag{3}$$

Model ARMA($p.q$)

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + a_1 - \theta_1 a_{t-1} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \tag{4}$$

ARIMA merupakan akibat dari proses ARMA dengan bentuk umum adalah sebagai berikut:

$$\phi(B)(1-B)^d \mathrm{Y_t} = \theta(B) a_1 \tag{5}$$

dimana $\phi(B): 1 - \phi_1(B) - \phi_2(B)^2 - \cdots - \phi_p(B)^p$ dan $\theta(B): 1 - \theta_1(B) - \theta_2(B)^2 - \cdots - \theta_q(B)^q$. Misalkan nilai $d = 1$, maka $W_t = (1-B)^1 Y_t = Y_t - Y_{t1}$. Oleh karena itu:

$$W_t = \phi_1 W_{t-1} + \phi_p W_{t-p} + a_1 - \theta_1 a_{t-1} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \tag{6}$$

dimana $W_t =$ data pengamatan *differencing* d pada waktu ke-t, Y_t= data pengamatan pada waktu ke-t, ϕ_p : parameter *autoregressive* ke-p, $\theta_q =$ parameter *autoregressive* ke-q, $d =$ derajat *differencing*, $a_t =$ galat acak (*white noise*) pada waktu ke-t. Berikut langkah pemodelan ARIMA yaitu:

a. Identifikasi model, menentukan orde dari model ARIMA (p, d, q).
b. Pendugaan parameter model, menentukan nilai parameter model ARIMA (p, d, q).
c. Evaluasi Model, menilai kinerja model ARIMA dalam memprediksi data

4. Pemodelan *Multiscale Autoregressive* (MAR)

Model linier paling sederhana untuk peramalan data deret waktu adalah model *Autoregressive* (AR). Misalkan data deret waktu $y = (y_1. y_2. \ldots. y_t)$ akn dilakukan peramalan nilai Y_{t-1}. Peramalan satu Langkah ke depan dari proses AR orde p dapat ditunjukan sebagai:

$$\hat{Y}_{t+1} = \sum_{k=1}^{p} \hat{\phi} Y_{t(k-1)} = \hat{\phi}_1 Y_t + \hat{\phi}_2 Y_{t-1} + \cdots + \hat{\phi}_p Y_{t-p+1} \tag{7}$$

Suatu modifikasi dari model AR diusulkan oleh Renaud dkk, yang dikenal dengan model *multiscale autoregressive* (MAR). Model MAR adalah suatu model dengan melakukan proses transformasi *wavelet* yang mengasumsikan masing-masing skala dari transformasi *multiscale* mengikuti suatu proses AR. *Multiscale Autoregressive* (MAR) dapat digunakan untuk memprediksi nilai masa depan dari data deret waktu yang memiliki struktur *multiscale*. Pendekatan *multiscale* dapat mencakup analisis pada skala waktu yang berbeda, yang bisa berarti memperhatikan tren jangka panjang dan fluktuasi jangka pendek secara bersamaan.

Penentuan *lag-lag* yang menjadi input-input untuk model MAR menggunakan koefisien *wavelet* dan koefisien scaling yang diperoleh dari hasil transformasi *wavelet* [12] Koefisien *wavelet* dan koefisien scaling hasil transformasi *wavelet* melalui dekomposisi MODWT dianggap mempunyai pengaruh untuk peramalan pada waktu t+1 akan berbentuk $w_{j.t-2^j j(k-1)}$ dan $v_{j.t-2^j j(k-1)}$ atau dapat dituliskan sebagai:

$$Y_{t+1} = \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{A_j} \hat{a}_{j.k} .. w_{j.t-2^j(k-1)} + \sum_{k=1}^{A_j} \hat{a}_{j+1.k} v_{(J.t-2^J)(k-1)} \tag{8}$$

dimana $\hat{Y}_{t+1}$ = nilai peramalan ke $t+1$, t =waktu, j =indeks dari level dekomposisi MODWT ($j = 1.2. \dots . J$), J= level dekomposisi MODWT, k =indeks dari orde model MAR $\left(k = 1.2. \dots . A_j\right)$, A_j = orde dari model MAR, $\hat{a}_j . k . \hat{a}_{j+1.k}$ = nilai koefisien- koefisien model MAR, $w_{j.t-2^j(k-1)}$ = nilai koefisien *wavelet* MODWT pada skala ke-j. orde MAR ke-k dan lag $2^j(k-1)$, $v_{(J.t-2^J)(k-1)}$= nilai koefisien *wavelet* MODWT pada skala ke-J. orde MAR ke-k dan lag $2^J(k-1)$, ε_t = *error* model MAR pada waktu t.

Pendugaan parameter vector α dapat diselesaikan dengan metodde kuadrat terkecil yang meminimumkan kuadrat *error* [13]:

$$\sum e_i^2 = e'e = (y - S\alpha)'(y - S\alpha) \tag{9}$$

dimana $e' = (y - S\alpha)'$ merupakan transpose e sehingga $e'e = (y' - \alpha'S')(y - S\alpha)$. $\alpha'S'y$ adalah suatu saklar. maka $\alpha'S'y = y'S\alpha$. Jika diturunkan terhadap α' dan hasilnya disamadengankan 0. maka akan diperoleh:

$$\hat{\alpha} = (S'S)^{-1}S'y \tag{10}$$

Berikut langkah pemodelan MAR yaitu:

a. Dekomposisi data, memecah data menjadi komponen-komponennya berdasarkan skala waktu dengan metode *wavelet* filter haar. *Wavelet* Haar merupakan tipe *wavelet* yang paling tua dan sederhana. Koefisien filter *scalling* dan *wavelet* pada filter Haar memiliki lebar filter 2. Transformasi *wavelet* merupakan fungsi transformasi yang membagi data menjadi beberapa komponen frekuensi yang berbeda dan menganalisis setiap komponen tersebut dengan skala atau resolusi yang sesuai [14]. Teknik ini dikenal dengan teknik analisis *multiscale*. sehingga merupakan sebuah metode yang cocok digunakan dalam analisis data deret waktu nonstasioner
b. Pemodelan pada masing-masing skala, membangun model *autoregressive* pada masing-masing komponen data
c. Pemilihan model, untuk memilih model yang paling sesuai dengan data
d. Estimasi parameter model, menentukan nilai parameter model yang telah dipilih
e. Evaluasi model, menilai kinerja model dalam memprediksi data

5. *Singular Spectrum Analysis* (SSA)

Singular Spectrum Analysis (SSA) metode deret waktu mutakhir dan cukup *powerfull*, terutama untuk menangani deret waktu yang mengandung pola musiman. Broomhead dan King (1986) telah menunjukkan bahwa dekomposisi nilai matrik singular (SVD) efektif dalam mengurangi eror. Vautard dkk (1992), Ghil dan Taricco (1997), Allen dan Smith (1986), Danilov (1997), Yiou dkk (2000) telah mempublikasikan beberapa jurnal yang berhubungan dengan metodologi dan penerapan SSA. Elsner dan Tsonis (1996) telah mempublikasikan buku deret waktu yang berjudul *SSA: A New Tool in Time Series Analysis*. Buku ini menjadi pengantar utama untuk SSA. Pada dasarnya SSA terdiri dari dua tahap, yaitu: Dekomposisi dan Rekonstruksi. Algoritma dasar SSA membagi data deret waktu awal ke dalam data deret waktu yang baru yang terdiri dari *trend*, komponen musiman, dan eror. Tahap dekomposisi terdiri dari tahapan embedding dan SVD sedangkan tahap rekonstruksi terdiri dari tahapan *Grouping* dan *Diagonal Averaging*.

a. Dekomposisi, pada tahap ini dibagi menjadi dua langkah yaitu:
   i. *Embbeding*, pada tahap *embedding* data deret waktu diubah ke dalam bentuk matriks lintasan (*Tajectory Matrix*) yakni mentransformasi data yang berdimensi satu (vektor) menjadi data yang multidimensional (matriks). Misalkan data deret waktu dengan panjang N, tanpa data hilang dinyatakan dengan $X = \{x, x_2, \dots , x_N\}$, data di transformasi ke dalam bentuk matriks berukuran $L \times K$. Dengan L merupakan panjang jendela (*windows length*) di mana $2 < L < N/2$. Belum ada metode khusus untuk menentukan nilai L secara pasti, sehingga untuk menentukan nilai L dilakukan dengan proses coba-coba (*trial and error*) dan $K = N - L + 1$. Dalam bentuk matriks dapat ditulis sebagai berikut:

$$\boldsymbol{X} = [x_1, x_2, \dots , x_N] = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_K \\ x_2 & x_3 & \cdots & x_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_L & x_{L+1} & \cdots & x_N \end{bmatrix} \tag{11}$$

   matriks **X** disebut juga matriks Hankel dimana semua elemen anti diagonal-nya bernilai sama. Jadi pada tahap ini output yang diperoleh adalah matriks Hankel yang berukuran L × K [1].

ii. *Singular Value Decomposisiton* (SVD) atau Dekomposisi Nilai Singular bertujuan untuk memperoleh pemisahan komponen dalam dekomposisi dari data deret waktu. SVD dimulai dengan menentukan nilai *eigenvalue* $(\lambda 1, \lambda 2, \dots, \lambda L)$ dari matriks simetriks $S = XX^T$ dimana $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_L > 0$, serta *eigenvector* $(u_1, u_2, \dots, u_L)$ dari matriks $\boldsymbol{S}$ tersebut. Matriks singular *value* adalah akar positif dari eigen value $\left(\sqrt{\lambda_i}\right)$ [15]. Lalu hitung *principal component* menggunakan persamaan berikut:

$$V_i = \frac{X^T U_i}{\sqrt{\lambda_i}} \tag{12}$$

Sehingga dipeoleh SDV dari matriks lintasan $\boldsymbol{X}$ adalah

$$X_i = \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T \tag{13}$$

Matriks $\boldsymbol{X_i}$ disebut *eigen triple* yang terdiri atas singular value, eigen vector dan principal component untuk $i = 1, \dots, d$ dimana $d = \max\{i\}$. SDV untuk matriks $\boldsymbol{X_i}$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$X_i = X_1 + \cdots + X_d \tag{14}$$

b. Rekonstruksi, pada tahap ini dibagi menjadi dua langkah yaitu:

i. *Grouping*, pada langkah ini dilakukan pengelompokan hasil dekomposisi matriks lintasan yang berukuran $L \times K$ dengan tujuan untuk memisahkan kompononen aditif SVD ke dalam beberapa sub kelompok, yaitu trend, musiman, dan noise [16]. Proses grouping yaitu proses pengelompokan set-set indeks $i = \{1,2, \dots, d\}$ ke dalam m subset disjoin $I_1, \dots, I_m\}$ dengan $m = d$ dimana $d = \max\{i, \lambda_i > 0\}$. Selanjutnya X_i akan disesuaikan dengan kelompok $I = \{I_1, \dots, I_m\}$. Sehingga $X_i = X_1 + \cdots + X_d$ dapat dituliskan menjadi

$$X_I = X_{I1} + \cdots + X_{Im} \tag{15}$$

Proses dalam pemilihan set $I = \{I_1, \dots, I_m\}$. dinamakan *eigentriple grouping*. Proses tersebut dilakukan secara *trial and error*. Sedangkan proses pemilihan anggota dari grup dilakukan menggunakan diagram pencar dari X_I , dimana suatu grup akan terbentuk apabila diagram pencar dari X_I berbentuk sama sehingga dapat diartikan bahwa komponen-komponen tersebut mempunyai karakteristik yang hampir sama [17].

ii. *Diagonal Averaging*, pada langkah ini mengubah setiap matriks X_I menjadi sebuah runtun waktu baru dengan panjang N. Misalkan matriks Y adalah sebuah matriks sembarang berukuran $L \times K$ dengan unsur y_{ij} untuk $1 \leq i \leq L$ dan $1 \leq j \leq K$, dimana $L \leq K$.

$$= \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_k \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & y_{K+2} \\ y_L & y_{L+1} & y_{L+2} & y_N \end{bmatrix}$$

Matriks Y diubah ke dalam bentuk deret $g_1, g_2, \dots, g_N$ melalui diagonal avergaing dengan cara berikut [18] :

$$g_k = \frac{\sum_{(l,k)} \in A_s y_{lk}}{|As|} \tag{16}$$

Berdasarkan persamaan di atas misalkan pada matriks Y dipilih. Untuk $k = 1$ memberikan $g_1 = y_{11}$, untuk $k = 2$, maka $g_2 = \frac{y_{1,2}+y_{2,1}}{2}$, $g_3 = \frac{y_{1,3}+y_{2,2}+y_{3,1}}{2}$ dan begitu seterusnya.

c. Analisis dan peramalan, Gunakan komponen *trend* dan *seasonality* yang direkonstruksi untuk peramalan nilai data di masa depan.

6. Membuat permalan dengan menggunakan data asli dari ketiga metode tersebut
7. Membandingkan peramalan dengan menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE)

Dalam Makridakis (1999) dijelaskan bahwa ukuran ketepatan peramalan dipandang sebagai kriteria penolakan untuk memilih suatu metode peramalan sehingga dapat digunakan untuk menentukan kemungkinan yang lebih baik. Metode yang digunakan adalah Mean Absolute Percentage Error (MAPE). Berikut adalah bentuk perhitungannya:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \left| \frac{A_t - F_t}{A_t} \right| x100\% \tag{17}$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Statistik Deskriptif

Berikut adalah hasil analisis deskriptif dari variabel yang digunakan adalah sebagai berikut

Tabel 1. Statistik Deskriptif

Statistik	Nilai Ekspor
Min.	0.00
Median	11.61
Mean	14.20
Max.	36.13

Berdasarkan hasil analisis deskriptif diperoleh bahwa data menunjukkan distribusi yang cenderung condong ke kanan. dengan median sebesar 11.61 dan rata-rata sebesar 14.20. Nilai ekspor berkisar antara 0.00 hingga 36.13, menunjukkan variasi yang signifikan.

3.2 Penentuan Sampel Uji Data

Berikut adalah hasil penentuan data *in-sample* dan *out-sample*

Tabel 2. Penentuan Sampel Uji Data Nilai Ekspor

Studi Kasus	Banyak Pengamatan	Data	
		In-sample	*Out-sample*
Data Nilai Ekspor	57	51	6

Berdasarkan hasil penentuan sampel uji diperoleh bahwa sebanyak 51 data digunakan sebagai sampel dalam model sedangkan 6 data digunakan sebagai sampel luar model.

3.3 Pengujian Stationeritas

1. Pengujian stationeritas terhadap ragam

   Tingkat lambda sekitar 0.8954915 yang diperoleh dari uji stasioneritas dalam ragam menggunakan transformasi Box-Cox. . Hasil yang mendekati 1 menunjukkan bahwa transformasi berhasil membuat ragam data lebih konsisten atau homoskedastik. Dengan kata lain. transformasi Box-Cox telah membantu mencapai tujuan untuk membuat varians data lebih stabil
2. Pengujian stationeritas terhadap rata-rata

   Berikut adalah hasil uji ADF Test Data

Tabel 3. Uji Stationeritas Rata-rata

ADF-Test	
Dickey-Fuller	-28.796
Lag order	3
P-value	0.2209

Berdasarkan hasil uji ADF dengan tingkat signifikansi 0.05, kita tidak memiliki cukup bukti untuk menolak hipotesis nol. Oleh karena itu, disimpulkan bahwa data training Tidak stasioner dalam rata-rata. Berikut adalah hasil uji ADF Test data setelah *Differencing*

Tabel 4. Uji Stationeritas Rata-rata Data *Differencing*

ADF-Test	
Dickey-Fuller	-64.191
Lag order	3
P-value	0.01

Berdasarkan hasil uji ADF dengan tingkat signifikansi 0.05, kita memiliki cukup bukti untuk menolak hipotesis nol. Oleh karena itu, disimpulkan bahwa data training sudah stasioner dalam rata-rata.

3.4 *Autoregressive Integraed Moving Average* (ARIMA)

Berikut adalah hasil model ARIMA yang di dapatkan

Tabel 5. Penduga Parameter Model ARIMA

	AR1	AR2	AR3	AR4	AR5
koefisien	-11.044	-10.015	-10.033	-0.8985	-0.4829
S.e.	0.1248	0.1700	0.1701	0.1619	0.1273

Didapatkan bahwa ARIMA(5.1.0) merupakan terbaik dengan AIC terkecil yaitu 335.86. Dari Tabel 5.4 dapat disimpulkan model ARIMA(5.1.0) pada data Nilai ekspor adalah

$$y_t = -11.044y_{\{t-1\}} - 10.015y_{\{t-2\}} - 10.033y_{\{t-3\}} - 0.8985y_{\{t-4\}} - 0.4829y_{\{t-5\}}$$

3.5 *Multiscale Atuoregressive* (MAR)

Dilakukan pemodelan MAR yang cukup banyak dikarenakan adanya perlakuan detrending dan *differencing* terlebih dahulu. serta diterapkan pada berbagai level. Penentuan level pada data untuk masing masing fiter

1. Penentuan level pada data Nilai Ekspor untuk fiter haar
   $j < Ln[\frac{57}{2-1} + 1]$
   $j < Ln[58]$
   $j < 4.06044$
   Sehingga menggunakan level 1,2, dan 3
2. Pengujian residual model-model MAR

Tabel 6. Pengujian Residual Model-Model MAR

Filter	Level	Cara Stationer	Model MAR	Pemeriksaan Residual		Sebutan
				Normalitas	White Noise	
Haar	1	Deterending	MAR(1)	Tidak	Iya	Tidak Digunakan
			MAR(2)	Iya	Iya	Deterend+MAR(2)-Haar-1
		Differencing	MAR(1)	Tidak	Tidak	Tidak Digunakan
			MAR(2)	Tidak	Iya	Tidak Digunakan
	2	Deterending	MAR(1)	Iya	Iya	Deterend+MAR(1)-Haar-2
			MAR(2)	Iya	Tidak	Tidak Digunakan
			MAR(2)-Lag2	Iya	Iya	Deterend+MAR(2)-Lag-Haar-2
		Differencing	MAR(1)	Tidak	Tidak	Tidak Digunakan
			MAR(2)	Tidak	Iya	Tidak Digunakan
	3	Deterending	MAR(1)	Iya	Tidak	Tidak Digunakan
			MAR(2)	Iya	Tidak	Tidak Digunakan
			MAR(2)-Lag2	Iya	Tidak	Tidak Digunakan
		Differencing	MAR(1)	Tidak	Tidak	Tidak Digunakan
			MAR(2)	Tidak	Tidak	Tidak Digunakan

Hasil Pemeriksaan Pada Tabel di atas terlihat bahwa model MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan *White-Noise* ada sebanyak 3 model.

3. Pemilihan Model Terbaik

Tabel 7. Pemilihan Model MAR Terbaik

Model	Model Peramalan *Wavelet*	MSE
Deterend+MAR(2)-Haar-1	$Z_{t+1} = 0.63 - 0.0256t + 0.7641W1 + 1.066V1 + 0.244V1_{(t-2)}$	7.806
Deterend+MAR(1)-Haar-2	$Z_{t+1} = 0.63 - 0.0256t + 0.7646W1 + 0.829W2 + 1.297V2$	7.478
Deterend+MAR(2)-Lag-Haar-2	$Z_{t+1} = 0.63 - 0.309 + 0.7641W1 + 0.823W2 + 1.310V2$	7.806

Dari Tabel di atas dapat diketahui bahwa model Det+MAR(1)+Haar-2 adalah model terbaik karena mempunyai nilai kesalahan peramalan yang terkecil yaitu 7.478. Persamaan model peramalan *wavelet* menurut hasil pendugaan di atas adalah:

$$Z_{t+1} = 0.63 - 0.0256t + 0.7646W1 + 0.829W2 + 1.297V2$$

4. Uji Ketepatan Model

Tabel 8. Uji *Ljung-Box* Data Nilai Ekspor

Lags	X-Square	Prob
1	1.507	0.2196
2	53.244	0.06979
3	59.728	0.1129
4	6.036	0.1963
6	12.365	0.05431

Berdasarkan tabel diatas dapat diketahui bahwa nilai probabilitas dari $X - Squared > \alpha_{0.05}$ untuk semua *lag*. Sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat autokorelasi galat pada model.

3.6 *Singular Spectrum Analysis* (SSA)

1. Dekomposisi
   i. Embbeding

   Pada tahap ini, data diubah menjadi data satu dimensi dengan jumlah data sebanyak 51 dari januari Tahun 2019 sampai Maret Tahun 2023 dengan susunan sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} Januari\ 2019 \\ Februari\ 2019 \\ Maret\ 2019 \\ April\ 2019 \\ Mei\ 2019 \\ \vdots \\ Maret\ 2023 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ \vdots \\ x_{51} \end{bmatrix}$$

   Data tersebut diubah menjadi data multidimensi yang disebut sebagai matriks lintasan $\boldsymbol{X}$ dengan dimensi $L \times K$.Penentuan nilai L berdasarkan nilai MAPE minimum dimana nilai L yang dianalisis berada di rentang adalah $2 < L < \frac{N}{2} = \frac{51}{2} = 25.5$.

Tabel 9. Nilai MAPE Berdasarkan *Windows Length* (L)

L	MAPE
3	0.4469551
10	0.4748907
15	0.5608869
20	0.5627736

Dari Hasil uji *trial and error* tersebut di dapatkan nilai MAPE terkecil yaitu berada pada kisaran 3 dan 10, maka ambil rentang *Uji trial and error* 3-10

Tabel 10. Nilai MAPE Berdasarkan *Windows Length* (L) Rentang 3-10

L	MAPE
4	0.4469551
5	0.4466095
6	0.433162
7	0.4224271
8	0.4228952
9	0.3760774

Nilai L yang menghasilkan nilai MAPE minimum berada di L = 9. Dari nilai L, diperoleh nilai K = 43 berdasarkan persamaan $K = N - L + 1$. Maka matriks lintasan $\boldsymbol{X}$ dapat dibentuk dengan proses pembentukannya adalah nilai $x1$ sampai $x9$ menjadi komponen kolom pertama, nilai $x2$ sampai $x10$ menjadi komponen kolom kedua, nilai $x3$ sampai $x11$ menjadi komponen kolom ketiga dan seterusnya hingga nilai $x43$ sampai $x51$ menjadi komponen kolom ke-16 pada matriks lintasan $\boldsymbol{X}$ yang dituliskan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{X_{9x43}} = \begin{bmatrix} 11.98 & 11.20 & 9.16 & \cdots & 19.09 \\ 11.20 & 9.16 & 10.66 & \cdots & 16.86 \\ 9.16 & 10.66 & 11.81 & \cdots & 30.04 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 6.36 & 9.94 & 11.26 & \cdots & 23.72 \end{bmatrix}$$

ii. *Singular Value Decomposition* (SVD)
pada tahap ini dilakukan perhitungan untuk mencari nilai eigentriple berdasarkan matriks lintasan $X_{9\times16}$. Langkah awal yang dilakukan yaitu membentuk matriks simetris $S = XX^T$ Sebagai berikut:

$$\boldsymbol{S} = X_{(9\times43)}X^T{}_{(9\times43)} = \begin{bmatrix} 8816.905 & 8091.774 & 8161.555 & \cdots & 8406.875 \\ 8091.774 & 8957.644 & 8464.073 & \cdots & 8818.006 \\ 8161.555 & 8464.073 & 9734.606 & \cdots & 9590.963 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 8406.875 & 8818.006 & 9590.963 & \cdots & 12028.841 \end{bmatrix}$$

Setelah diperoleh matriks simetris $\boldsymbol{S}_{9\times9}$ maka langkah selanjutnya yaitu menghitung nilai *eigenvalue* dan selanjutnya dari nilai *eigenvalue* dihitung nilai singular *value* yang hasilnya ditampilkan pada Tabel 10 berikut:

Tabel 11. Nilai *Eigenvalues* dan *Singular Values.*

No	***Eigenvalues***	***Singular values***
1	84389.0177	290.49788
2	2852.5369	53.40915
3	2731.8512	52.26711
4	1883.0024	43.39358
⋮	⋮	⋮
9	624.0147	24.98029

Setelah mendapatkan nilai singular *value* maka selanjutnya dihitung nilai *eigenvector* yang hasilnya disajikan pada Tabel 11 berikut :

Tabel 12. Nilai *Eigenvector*

No	$\boldsymbol{U_1}$	$\boldsymbol{U_2}$		$\boldsymbol{U_9}$
1	-0.3014972	0.161688981	…	0.42496093
2	-0.3077266	-0.007713153	…	-0.51222992
3	-0.3216945	0.038368026	…	-0.19757078
⋮	⋮	⋮	⋱	⋮
9	-0.3516109	-0.470277053	…	-0.25911868

Setelah *eigenvalue* dan *eigenvector* diperoleh, maka selanjutnya dihitung nilai *principal component* yang hasilnya disajikan sebagai berikut :

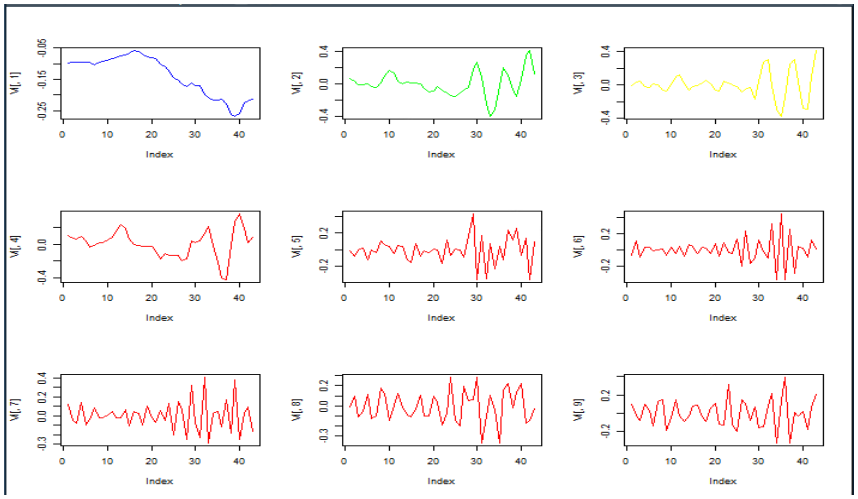
Tabel 13. *Principal Components*

No	V_1	V_2		V_9
1	-0.09821777	0.059820297	...	0.096165391
2	-0.09612662	0.033971093	...	-0.025722514
3	-0.09644706	-0.018292533	...	-0.086038618
⋮	⋮	⋮	⋱	⋮
43	-0.21300321	0.122063737	...	0.203880745

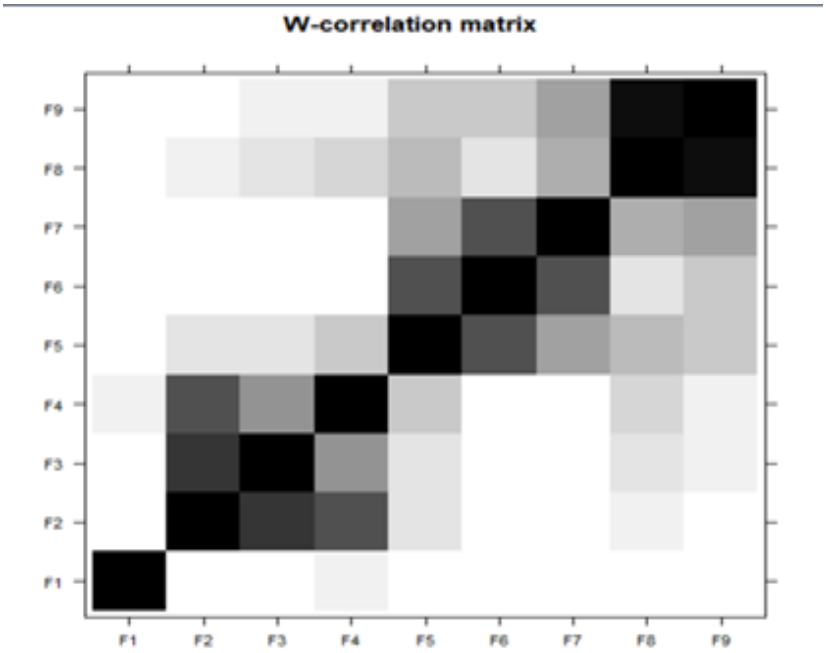
2. Rekonstruksi

Pada tahap ini dilakukan rekonstruksi data hasil SVD dengan 2 langkah yaitu *grouping* dan *diagonal averaging* yang langkah-langkahnya adalah sebagai berikut :

i. *Grouping*



Gambar 1. Plot *eigenvector* 9



Gambar 2. Plot *W-correlation*

Berdasarkan Gambar 1 di atas dapat dilihat bahwa komponen pertama adalah trend dan komponen lainnya mengandung pola musiman dan *noise*. *Grouping* yang dilakukan dengan menggunakan *plot eigenvector* bersifat subjektif. Terdapat beberapa plot yang memiliki pola yang sama dan sulit membedakan karakteristiknya. Untuk melihat kesamaan karakteristik antar komponen dengan lebih jelas dapat dilihat dari *plot W-correlation*. *Plot W-correlation* ditampilkan Pada Gambar 2.

Dari Gambar 2 dilihat bahwa dari 9 komponen yang dimiliki dapat dikelompokkan menjadi 6 grup berdasarkan tinggi rendahnya korelasi setiap grup. Tinggi rendahnya korelasi dapat dilihat dari gelap terangnya irisan antar komponen F1 sampai F9.

Tabel 14. *Grouping*

Komponen	Grup
1	1
2,3	2
4	3
5	4
6,8,9	5
7	6

Diperoleh 6 matriks dari 9 komponen yang berbeda. 6 grup tersebut merupakan matriks ($X_{I1}, X_{I2}, \dots, X_{I7}$) yang masing-masing berukuran 9×43. Setiap matriks tersebut akan diubah menjadi data deret waktu yang baru dengan panjang 6 menurut masing-masing karakteristik yang dimilliki. Hasil diagonal *averaging* dari 6 matriks tersebut adalah sebagai berikut :

Tabel 15. *Diagonal Averaging*

No	$Group_1$	$Group_2$		$Group_6$
1	8.602335	5.717554e-01	…	-0.707741950
2	8.599628	-2.352072e-02	…	0.863849929
3	8.739663	-2.079368e-01	…	-0.549401201
⋮	⋮	⋮	⋱	⋮
51	21.756623	5.689832e+00	…	0.073383470

3.7 Membandingkan Peramalan Model Wavelet MAR, ARIMA, dan SSA

Model peramalan *wavelet* yang terbaik selanjutnya dibandingkan dengan metode klasik ARIMA. Hasil perbandingan peramalan model Detrend+MAR(1)-Haar-2, ARIMA(5.1.0), dan SSA adalah sebagai berikut:

Tabel 16. Hasil Peramalan Setiap Model

t	Data Validasi (*Out Sample*)	Peramalan Deterend+MAR(1)-Haar2	Peramalan ARIMA (5,1,0)	Peramalan SSA
52	31,49	26,555524	21,3171	28,001419
53	31,13	25,385535	22,7736	20,466167
54	16,7	27,694425	19,28589	13,395144
55	9,09	18,909936	15,83389	13,210494
56	14,19	12,234427	13,13818	22,445158
57	9,73	17,618244	13,56434	29,244068

Setelah dilakukan peramalan, adapun kriteria yang dapat digunakan untuk menguji ketepatan peramalan di antaranya adalah MAPE. Berikut hasil perhitungan MAPE

Tabel 17. Hasil Perhitungan MAPE

Model	MAPE
Deterend+MAR(1)-Haar2	50,47%
ARIMA(5,1,0)	45,14%
SSA	61,53%

Berdasarkan hasil perhitungan MAPE, dapat disimpulkan bahwa model $ARIMA(5,1,0)$ menunjukkan performa yang relatif lebih baik dengan MAPE sebesar 45,14%, yang mengindikasikan tingkat ketepatan peramalan yang lebih tinggi dibandingkan dengan model Deterend+MAR(1)-Haar2 dengan nilai MAPE sebesar 50,47% dan SSA dengan nilai MAPE sebesar 61,53%.

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan,maka dapat disimpulkan yaitu sebagai berikut :

1. Model Peramalan ARIMA untuk data bulanan Hasil nilai ekspor kota bengkulu (Persen pertahun) ialah $Zt = Yt - (-1.1044)Yt - 1(-1.0015)Yt - 2(-1.0033)Yt - 3(-0.8985)Yt - 4(-0.4829)Yt - 5$
2. Berdasarkan hasil perhitungan, Dari hasil evaluasi MAPE, dapat disimpulkan bahwa model ARIMA(5,1,0) menunjukkan performa yang relatif lebih baik dengan MAPE sebesar 45,14%, mengindikasikan tingkat ketepatan peramalan yang lebih tinggi dibandingkan dengan model Deterend+MAR(1)-Haar2 dengan nilai MAPE sebesar 50,47% dan SSA dengan nilai MAPE sebesar 61,53%.
3. Berdasarkan hasil pengujian. model peramalan *wavelet* yang dibentuk dengan menggunakan filter (Keluarga) *wavelet* Haar pada data deret waktu yang mempunyai pola tidak teratur, SSA bekerja dengan cara memfaktorkan matriks data time series menjadi dua matriks, yaitu matriks *singular value* (SV) dan matriks sinyal.

REFERENSI

[1] B. I. Triyunanto, Suparti, dan R. Santoso, "Implementasi Paket Shiny Pada Pemodelan Multiscale Autoregressive Untuk Data Harga Saham BBRI", Jurnal Gaussian, Vol. 10, N0. 3, 2021.

[2] R. J. Hyndman and G. Athanasopoulos, Forecasting: principles and practice (2nd ed.), Otexts, 2018.

[3] P. J. Brockwell and R. A. Davis, Introduction to time series and forecasting (2nd ed.), Springer, 2002.

[4] A. Zefanya, P. Trisnamansyah, dan M. Maulana, " Risiko dalam Implementasi Free On Board (FOB) Berdasarkan Incoterms 2010 pada Penyelenggaraan Pengangkutan Laut", IKRAITH-HUMANIORA VOL. 7, NO. 3, 2023.

[5] W. Pradewita, N. Dwiyanti, dan Sugiman, "Peramalan Volatilitas Risiko Berinvestasi Saham Menggunakan Metode GARCH–M dan ARIMAX–GARCH", Indonesian Journal of Mathematics and Natural Science, Vol. 44, No. 01, 2021.

[6] A. M. Sainah. "Akurasi Peramalan Long Horizon dengan Singular Spectrum Analysis", Jurnal of Sunan gunung Jati StateIslmaic University (UIN), Vol. 3, No. 2, 2018

[7] Undang-Undang Kepabeanan Nomor 17 Tahun 2006

[8] Musdirwan, dan K. S Monika, ANALISA HANDLING BARANG EKSPOR PADA PT BHANDA GHARA REKSA (Persero)", Majalah Ilmiah Teknologi Industri (SAINTI), Vol 16, No.2, 2019.

[9] "Badan Pusat Statistik Kota Bengkulu", 2023. [Online]. Available: https://bengkulukota.bps.go.id/

[10] G. E. P. Box and G. M. Jenkins, Time Series Analysis: Forecasting and Control. Third Edition. New Jersey: Prentice Hall, 1994.

[11] J. D. Cryer and K. S. Chan, Time Series Analysis with Application in R. Second Edition, USA: Spinger Science dan Business Media, 2008.

[12] O. Renaud, J. L. Starck, and F. Murtagh, "Prediction Based o n a Multiscale Decomposition", International Journal of *Wavelet*s, Multiresolution and Information Processing, Vol.1, No. 2, 2003

[13] Makridakis, dkk, Metode dan Aplikasi Peramalan, Jakarta: Erlangga, 1999.

[14] I. Daubechies, Ten Lectures On Wavelest, Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992.

[15] R. Idrus, Ruliana, and Aswi, "Penerapan Metode Singular Spectrum Analysis dalam Peramalan Jumlah Produksi Beras di Kabupaten Gowa", VARIANSI: Journal of Statistics and Its Application on Teaching and Research, Vol. 4, No. 2, 2022.

[16] H. Khaeri, E. Yulian, and Darmawan, "Penerapan Metode Singular Spectrum Analysis (SSA) Pada Peramalan Jumlah Penumpang Kereta Api Di Indonesia Tahun 2017", Jurnal Euclid, Vol. 5, No. 1, 2018.
[17] Agustina, A. C., "Implementasi Metode Singular Sprectrum Analysis (SSA) Dalam Meramalkan Nilai Ekspor Indonesia", Skripsi, 2023.
[18] T. K. Gebrianti, W. Sulandari, dan H. Pratiwi, " Peramalan curah hujan di kota bandung menggunakan singular spectrum analysis", Jurnal Ilmiah Matematika, Vol. 8, No. 2, 2021.