



Aplikasi kriging sekuensial pada penaksiran cadangan emas

Fachri Faisal

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Bengkulu, Indonesia

Diterima 1 Nopember 2004; direvisi 1 Januari 2005; disetujui 22 Januari 2005

abstrak - Komputasi matriks merupakan kendala penerapan metode kriging pada eksplorasi mineral. Kriging sekuensial merupakan suatu solusi masalah komputasi kriging. Tulisan ini membahas metode kriging sekuensial. Untuk dua titik sampel, kriging sekuensial setara dengan simple kriging. Studi kasus pada masalah penaksiran cadangan emas memperlihatkan bahwa kriging sekuensial tidak berbeda secara signifikan dengan simple kriging.

Kata kunci : Semivariogram; Simpel kriging; Kriging sekuensial.

1. Pendahuluan

Pendekatan simple kriging (SK) dalam penaksiran cadangan mineral memerlukan komputasi matriks. Hal ini merupakan kendala dalam aplikasi kriging pada masalah eksplorasi mineral dimana banyaknya data yang digunakan meliputi orde ratusan. Permasalahan komputasi kriging dapat diatasi melalui pendekatan sekuensial. Data set dipartisi dalam k subset, selanjutnya taksiran kriging dilakukan secara bertahap pada tiap subset data. Tulisan ini membahas pendekatan sekuensial, kriging sekuensial, pada masalah penaksiran cadangan emas. Data set terdiri dari 15 lubang bor eksplorasi cadangan emas. Bagian pertama membahas teori kriging sekuensial untuk k subset data. Untuk kasus dua titik sampel, kriging sekuensial setara dengan simple kriging (SK). Bagian kedua membahas aplikasi kriging sekuensial pada eksplorasi cadangan emas. Hasil komputasi menunjukkan sekuensial kriging 15 lubang bor setara dengan simple kriging 15 lubang bor. Dibandingkan dengan hasil simple kriging 15 lubang bor, komputasi kriging sekuensial menggunakan 11 lubang bor memberikan hasil cukup akurat. Kriging sekuensial dapat merupakan metode alternatif dalam penaksiran cadangan mineral terutama dalam kasus volume data besar.

2. Metode penelitian

Kriging Sekuensial

Taksiran kadar emas di s_0 , $Z(s_0) = Z_0$ melalui dua titik sampel $Z_1=Z(s_1)$ dan $Z_2=Z(s_2)$ diberikan oleh

$$\hat{Z}(s_0) = \lambda_{01}Z(s_1) + \lambda_{02}Z(s_2) \quad (1)$$

dengan bobot diperoleh dari

$$\begin{pmatrix} \lambda_{01} \\ \lambda_{02} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} C_{01} \\ C_{02} \end{pmatrix} \quad (2)$$

dengan $C_{ij} = Cov(Z(s_i), Z(s_j))$

Penyelesaian persamaan memberikan

$$\lambda_{01} = \frac{C_{22}C_{01} - C_{12}C_{02}}{C_{11}C_{22} - C_{21}C_{12}} = \frac{\rho_{01} - \rho_{12}\rho_{02}}{1 - \rho_{21}^2}$$
$$\lambda_{02} = \frac{\rho_{02} - \rho_{21}\rho_{01}}{1 - \rho_{21}^2} \quad (3)$$

dengan $\rho_{ij} = Corr(Z(s_i), Z(s_j))$.

Komputasi simple kriging melibatkan perhitungan invers matriks, dan merupakan kendala penerapan kriging dalam eksplorasi mineral. Suatu pendekatan untuk mengatasi masalah komputasi kriging adalah melalui pendekatan sekuensial. Pada pendekatan sekuensial, n data lubang bor dipartisi dalam k subset, selanjutnya taksiran dilakukan secara bertahap pada tiap subset data. Dengan demikian

perhitungan invers matriks terbatas pada matriks ukuran relatif kecil.

Taksiran awal Z_0 melalui kriging sekuensial dua titik Z_1 dan Z_2

$$\hat{Z}_0 = \lambda_{01}Z_1, \hat{Z}_1 = \lambda_{11}Z_1, \hat{Z}_2 = \lambda_{21}Z_2 \quad (4)$$

dengan $\lambda_{01} = \rho_{01}, \lambda_{11} = \rho_{11} = 1, \lambda_{21} = \rho_{21}$

Updating taksiran

$$\hat{Z}_0^{(2)} = \hat{Z}_0^{(1)} + \theta_{02}[Z_2 - \hat{Z}_2^{(1)}] \quad (5)$$

dengan $\theta_{02} = \frac{\rho_{02} - \rho_{21}\rho_{01}}{1 - \rho_{21}^2}$ Sehingga

$$\hat{Z}_0^{(2)} = \frac{\rho_{01} - \rho_{02}\rho_{21}}{1 - \rho_{21}^2} Z_1 + \frac{\rho_{02} - \rho_{01}\rho_{21}}{1 - \rho_{21}^2} Z_2 \quad (6)$$

Perluasan kriging sekuensial dua titik menjadi kriging sekuensial n titik

Taksiran awal

$$\hat{Z}_0^{(1)} = \hat{Z}_0^{(1)}(s_0) = \sum_{i=1}^p \theta_{0i}^{(1)} Z_i$$

Updating

$$\hat{Z}_0^{(2)} = \hat{Z}_0^{(1)}(s_0) + \sum_{i=p+1}^q \theta_{0i}^{(2)} [Z_i - \hat{Z}_i^{(1)}]$$

⋮

$$\hat{Z}_0^{(k-1)} = \hat{Z}_0^{(k-2)}(s_0) + \sum_{i=r+1}^l \theta_{0i}^{(k-1)} [Z_i - \hat{Z}_i^{(k-2)}]$$

$$\hat{Z}_0^{(k)} = \hat{Z}_0^{(k-1)}(s_0) + \sum_{i=l+1}^n \theta_{0i}^{(k)} [Z_i - \hat{Z}_i^{(k-1)}] \quad (7)$$

dengan $\hat{Z}_0^{(k-1)}$ adalah taksiran Z_0 menggunakan data

set ke-(k-1), $Z_i - \hat{Z}_i^{(k-1)}$ menyatakan perbedaan antara data set ke-k dengan taksirannya dari data set ke-(k-1), dan $\theta_{0i}^{(k)}$ menyatakan bobot data set ke-k.

Bobot kriging sekuensial ke-k diperoleh dari

$$\sum_{i=1}^n \theta_{0i}^{(k)} \varepsilon(s_i, s_j) = \varepsilon^{(k-1)}(s_0, s_j) \quad (8)$$

$$C(h) = \begin{cases} .005 \left[1 - \frac{3}{2} \frac{h}{57} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{57} \right)^3 \right] & 0 \leq h < 57 \text{ m} \\ 0 & h \geq 57 \text{ m} \end{cases} \quad (9)$$

dengan $\varepsilon^{(k-1)}(s_i, s_j) = E[Z_i - \hat{Z}_j^{(k-1)}]^2$

3. Hasil dan pembahasan

[Studi kasus

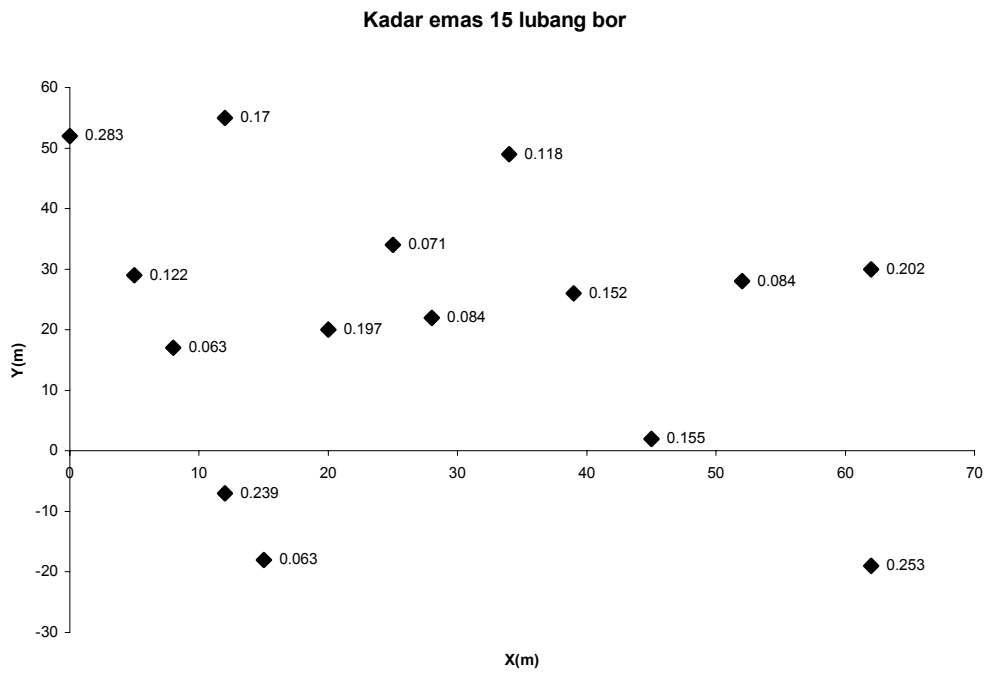
Tabel 1 memperlihatkan data kadar emas dari n = 15 lubang bor. Daerah studi D dipartisi dalam 26 blok. Gambar 1 memperlihatkan lokasi lubang bor. Perhitungan semivariogram eksperimental memberikan model semivariogram isotropik sferikal dengan sill c= .005 dan range a = 57 m.

Tabel 2 memperlihatkan taksiran kriging sekuensial pada 26 blok berdasarkan 15 titik sampel menggunakan model kovariogram sferikal (c=.005, a = 57 m).

Tabel 3 dan Gambar 2 memperlihatkan perbandingan kriging sekuensial dengan simpel kriging. Taksiran kriging sekuensial tidak berbeda nyata dengan taksiran simple kriging. Kriging sekuensial layak diterapkan sebagai alternatif simple kriging terutama pada data eksplorasi mineral.

Tabel 1. Data kadar emas Au(g/t) 15 lubang bor, $\bar{Z} = .150 \text{ g/t}, \bar{Z} = .152 \text{ g/t}, S^2 = .005$

No	X(m)	Y(m)	Z=Au
1	28	22	.084
2	20	20	.197
3	39	26	.152
4	25	34	.071
5	8	17	.063
6	5	29	.122
7	52	28	.084
8	45	2	.155
9	34	49	.118
10	12	-7	.239
11	62	30	.202
12	12	55	.170
13	0	52	.283
14	15	-18	.063
15	62	-19	.253
12	12	.094	.137
13	13	.029	.145
14	14	.022	.146
15	15	.016	.151



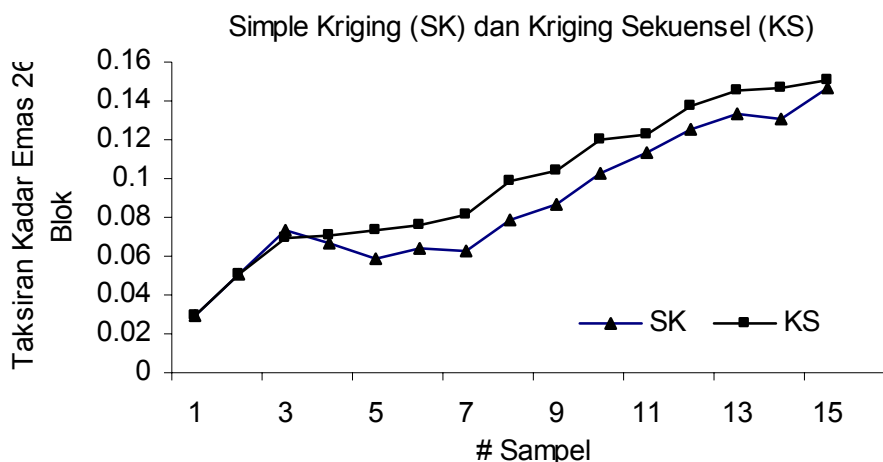
Gambar 1. Lokasi lubang bor dan data kadar emas (g/t)

Tabel 2. Taksiran kriging sekuensial 26 blok 15 titik sampel

k	i	$\theta_{0i}^{(k)}$	$\hat{Z}_0^{(k)}$
1	1	.361	.030
2	2	.158	.051
3	3	.196	.069
4	4	.121	.071
5	5	.086	.073
6	6	.031	.076
7	7	.095	.081
8	8	.145	.099
9	9	.059	.104
10	10	.074	.120
11	11	.012	.123

Tabel 3. Perbandingan SK dengan KS 26 blok 15 titik sampel

Taksiran	Simple Kriging	Kriging Sekuensial
$\hat{Z}(D s_1)$.030	.030
$\hat{Z}(D s_1, s_2)$.051	.051
$\hat{Z}(D s_1, s_2, s_3)$.073	.069
$\hat{Z}(D s_1, s_2, s_3, s_4)$.067	.071
...	.059	.073
...	.064	.076
...	.062	.081
...	.079	.099
...	.087	.104
...	.103	.120
...	.114	.123
...	.126	.137
...	.134	.145
...	.131	.147
$\hat{Z}(D s_1, \dots, s_{15})$.147	.151



Gambar 2. Perbandingan taksiran kadar emas 26 blok – 15 titik sampel dengan simple kriging (SK) dan kriging sekuensial (KS).

4. Kesimpulan

Taksiran kadar emas 26 blok berdasarkan 15 titik sampel berdasarkan kriging sekuensial adalah $\hat{Z}(D|Z_1, \dots, Z_{15}) = .151 \text{ g/t}$. Hasil ini tidak jauh berbeda dengan taksiran simple kriging $\hat{Z}_{SK}(D|Z_1, \dots, Z_{15}) = .147 \text{ g/t}$. Melalui kriging sekuensial perhitungan direduksi menjadi matriks 2×2 . Taksiran kriging sekuensial sampai dengan sampel ke-11 memberikan akurasi $\left| \frac{.114 - .147}{.147} \right|$ dengan variansi $\sigma_{11}^2 = .0001$.

Daftar pustaka

- [1] Armstrong, M., 1998, *Basic Linear Geostatistics*, Springer, Berlin.
- [2] Chen, Y and Jiao., X., (2001). *Semivariogram Fitting with Linear Programming*, Computers & Geosciences, 27, 71-76.
- [3] Deutsch, C.V., Journel, A.G., 1992, *GSLIB Geostatistical Software Library and User's Guide*. Oxford University Press, New York.
- [4] Vargas-Guzman, J. A., and Yeh, T.-C.J., (1999). *Sequential Kriging and Cokriging: Two Powerful Approaches*, Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, v. 13, no. 6.