



Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis (TBC)

Ulfasari Rafflesia

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Bengkulu, Indonesia

Diterima 9 Mei; Disetujui 18 Juni 2014

Abstrak - Tuberculosis (TBC atau TB) adalah penyakit infeksi pada saluran pernafasan yang disebabkan oleh bakteri. Tuberculosis (TBC) merupakan penyakit menular yang masih menjadi perhatian dunia, hingga saat ini belum ada satu negara pun yang bebas dari TBC termasuk Indonesia. Di Indonesia, angka kematian akibat kuman *mycobacterium tuberculosis* ini pun cukup tinggi sehingga pemerintah menyarankan untuk memberikan vaksin BCG sebanyak 1 kali ketika bayi berusia 2 bulan. Selain itu, pencegahan juga dapat dilakukan dengan memperhatikan kebersihan rumah, tidak membiasakan diri meludah di sembarang tempat dan segera periksa jika ditemukan tanda-tanda TBC. Pada penelitian ini, model matematika yang digunakan untuk penyebaran TB adalah bertipe SEI yaitu **S** untuk individu *susceptible* (individu yang sehat tetapi rentan tertular penyakit), **E** untuk individu *latently-infected* (individu-individu pengidap penyakit tetapi belum menularkan penyakit) dan **I** untuk individu *actively-infected* (individu-individu pengidap penyakit dan dapat menularkan penyakit). Kemudian dilakukan simulasi dengan menggunakan bahasa pemrograman matlab untuk mengetahui sejauh mana pengaruh vaksinasi terhadap penyebaran penyakit TBC. Hasil yang diperoleh memperlihatkan bahwa pemberian vaksinasi pada individu *susceptible* memberikan pengaruh terhadap penyebaran penyakit TBC, yaitu hampir tidak ada penyebaran penyakit TBC apabila individu *susceptible* diberikan vaksinasi sesuai dengan dosis dan penyebaran penyakit TBC terlihat sangat tinggi apabila tidak diberikan vaksinasi untuk individu *susceptible*.

Keyword: **Penyakit TBC, individu susceptible, vaksinasi, model SEI**

1. Pendahuluan

Tuberculosis (TBC atau TB) adalah penyakit infeksi pada saluran pernafasan yang disebabkan oleh bakteri *mycobacterium tuberculosis*. Sebagian besar TBC menyerang paru-paru tetapi dapat juga mengenai organ tubuh lain. Bakteri ini pertama kali ditemukan oleh Robert Koch pada tanggal 24 Maret 1882. Gejala-gejala penderita TB diantaranya batuk-bayuk, sakit dada, nafas pendek, hilang nafsu makan, berat badan turun, demam, kedinginan dan kelelahan.

Berdasarkan data World Health Organization (WHO) pada tahun 2007, Penderita TB di Indonesia sekitar 528 ribu atau berada pada posisi ketiga di dunia setelah India dan Cina [5]. TBC menyebar lebih cepat di negara-negara berkembang. Hal ini disebabkan oleh lingkungan yang tidak sehat, semakin meningkatnya gizi buruk di sebagian negara berkembang serta munculnya epidemik HIV/AIDS di dunia. Lebih cepatnya penyebaran TBC juga mengakibatkan cukup tingginya jumlah individu *latently-infected* (individu-individu pengidap penyakit tetapi belum menularkan penyakit) dan jumlah individu *actively-infected* (individu-

individu pengidap penyakit dan dapat menularkan penyakit). Hal ini membuat negara-negara berkembang mengadakan strategi pemberantasan yakni dengan pemberian vaksin pencegah anti TBC untuk individu *susceptible*.

Dalam pembuatan model matematika untuk penyebaran penyakit TB, populasi dibagi menjadi tiga bagian, yaitu **S** untuk individu *susceptible* (individu yang sehat tetapi rentan tertular penyakit), **E** untuk individu *latently-infected* (individu-individu pengidap penyakit tetapi belum menularkan penyakit) dan **I** untuk individu *actively-infected* (individu-individu pengidap penyakit dan dapat menularkan penyakit)[1].

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui sejauh mana pengaruh pemberian vaksinasi pada individu *susceptible* terhadap penyebaran penyakit TBC.

2. Penyakit

2.1 Penyakit Menular

Penyakit menular dapat diklasifikasikan menjadi dua kategori besar yaitu mikroparasitisme dan makroparasitisme. Mikroparasitisme adalah penyakit menular yang disebabkan

oleh virus dan bakteri, contohnya seperti cacar dan campak. Sedangkan makroparasitisme adalah penyakit menular yang disebabkan oleh cacing dan serangga, contohnya seperti demam berdarah dan malaria [3].

Pada penyakit mikroparasitisme, virus dan bakteri bereproduksi di dalam tubuh individu penderita penyakit kemudian penyakit tersebut ditransmisikan secara langsung dari individu penderita penyakit ke individu lain yang sehat tetapi rentan terhadap penyakit. Sedangkan penyakit makroparasitisme memiliki lingkaran hidup yang lebih rumit. Penyakit ini ditransmisikan melalui perantara [3].

2.2 Vaksin Untuk Penyakit TBC

Vaksin adalah suspensi kuman atau virus yang telah dilemahkan dan dipergunakan untuk mengobati atau mencegah suatu penyakit menular. Vaksinasi di Indonesia secara teratur dimulai sejak tahun 1956 [3]. Vaksin yang digunakan untuk penyakit TBC yaitu vaksin BCG (Basillus Calmette et Guerin). Pada tahun 1973, vaksinasi BCG secara menyeluruh merupakan bagian dari program imunisasi [3]. Dengan adanya pemberian atau penyuntikan vaksin ini diharapkan akan mengurangi individu susceptible menjadi individu latently-infected dan actively-infected, mengurangi individu latently-infected menjadi actively-infected dan mengurangi penyebaran penyakit TBC.

2.3 Penyebaran Mycobacterium Tuberculosis Pada Orang Dewasa

Sumber penyebaran adalah individu actively-infected (penderita TBC aktif). Pada waktu batuk atau bersin, penderita ini menyebarkan kuman ke udara dalam bentuk droplet (percikan dahak). Droplet yang mengandung kuman dapat bertahan di udara pada suhu kamar selama beberapa jam. Seseorang dapat terinfeksi jika droplet tersebut terhirup ke dalam saluran pernafasan. Setelah kuman TBC masuk ke dalam tubuh manusia melalui pernafasan, kuman TBC tersebut dapat menyebar dari paru ke bagian tubuh lainnya yaitu melalui sistem peredaran darah, sistem saluran limfe, saluran nafas atau penyebaran langsung ke bagian-bagian tubuh lainnya [4].

Daya penularan atau penyebaran dari seorang penderita TBC aktif ditentukan oleh banyaknya kuman yang dikeluarkan paru-paru penderita. Makin tinggi derajat positif hasil pemeriksaan dahak, makin tinggi tingkat penularan penderita tersebut. Bila hasil pemeriksaan dahak negatif (tidak terlihat kuman), maka penderita tersebut dianggap tidak menular. Kemungkinan seseorang terinfeksi TBC

ditentukan oleh konsentrasi droplet dalam udara dan lamanya menghirup udara tersebut [4].

2.4 Model Epidemik Tipe SEI

Sebagian besar penyakit mempunyai masa latent dan masa penularan. Masa latent adalah lamanya waktu pertama kali individu tertular penyakit hingga menularkan ke seseorang. Masa penularan adalah lamanya waktu individu menularkan penyakit sebelum individu tersebut sembuh atau mati. Penyakit mempunyai masa latent yang panjang atau pendek waktunya, dimana masa ini terjadi setelah *susceptible* tertular tetapi belum menular ke lainnya.

Sistem persamaan diferensialnya sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = - \frac{\beta IS}{N}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta IS}{N} - \epsilon E$$

$$\frac{dI}{dt} = \epsilon E$$

Jika faktor demografi seperti laju kelahiran dan laju kematian diperhitungkan, maka sistem persamaan diferensialnya sebagai berikut :

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \frac{\beta IS}{N} - \mu S$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\beta IS}{N} - \epsilon E - \mu E$$

$$\frac{dI}{dt} = \epsilon E - \mu I$$

2.5 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar (R_0) adalah bilangan yang menyatakan banyaknya rata-rata *secondary infectious individu* akibat tertular *primary infection individu* yang ada di dalam populasi susceptible. Besar kecilnya kuantitas bilangan reproduksi dasar tergantung dari beberapa faktor. Faktor-faktor itu adalah banyaknya rata-rata kontak antara individu-individu susceptible dengan individu-individu infectious dan lama terjadinya kontak. Pada setiap model, bilangan reproduksi dasar tergantung pada parameter-parameter demografi dan epidemiologi yang termuat di dalam model [6]. Jika model hanya mempunyai dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik, maka tidak terjadi epidemik jika $R_0 < 1$ dan terjadi epidemik jika $R_0 > 1$.

Secara matematik, bilangan reproduksi dasar dapat diperoleh dengan menentukan nilai eigen (nilai karakteristik)

dari matriks Jacobian yang dihitung pada titik kesetimbangan bebas penyakit. Pada model yang kompleks, suatu model mungkin mempunyai lebih dari satu bilangan reproduksi dasar. Untuk kasus seperti ini, bilangan reproduksi dasar didefinisikan sebagai nilai terbesar dari beberapa bilangan reproduksi dasar.

2.6 Bilangan Random

Suatu proses stokastik adalah sistem atau fenomena alam yang berevolusi terhadap waktu dan terjadi perubahan. Dalam simulasi dan modeling yang melibatkan model-model probabilistik yang dapat menirukan sedekat mungkin dengan fenomena-fenomena alam yang sedang diobservasi, maka diperlukan suatu distribusi random variabel yang sesuai untuk simulasi tersebut. Sehingga diperlukan suatu metode pemilihan random number generator yang tepat. Barisan random variable yang digenerate oleh generator fisik dianggap non-predictible. Hasil dari simulasi dapat dibandingkan dengan fitur yang diinginkan disebut pseudorandom number. Oleh karena itu, random number generator harus memiliki sifat:

1. Barisan yang dihasilkan harus terbatas dan semua nilai yang mungkin muncul dengan kesempatan yang sama.
2. Bilangan random yang berurutan letaknya tidak boleh ada korelasi.
3. Barisan harus mempunyai long cycle.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Nilai Parameter Untuk Kasus Penyebaran Penyakit Tuberkulosis

Diberikan suatu populasi manusia dengan kasus penyebaran penyakit tuberkulosis yang disebabkan oleh bakteri Mycobacterium Tuberculosis pada suatu daerah tertentu. Populasi manusia yang berukuran N terbagi menjadi kelas *Susceptible* yang divaksinasi dan tidak divaksinasi, kelas *Latenly-infected* yang divaksinasi dan tidak divaksinasi, dan kelas *Actively-infected*.

Nilai dasar dari parameter yang digunakan dalam simulasi disajikan dalam tabel 1 berikut:

Tabel 1. Nilai Parameter Simulasi

Simbol	Keterangan	Nilai Parameter
c	Tingkat vaksinasi	0,025 dan 0,045
δ	Angka keberhasilan pengobatan	0,45 dan 0,75

3.2 Model matematika pada penyebaran penyakit TBC

Model SEI :

$$\frac{dS_u}{dt} = (1 - cq)\Pi - \beta_u S_u I + \omega S_v - \mu S_u,$$

$$\frac{dS_v}{dt} = cq\Pi - \beta_v S_v I - \omega S_v - \mu S_v,$$

$$\frac{dE_u}{dt} = (1 - p_u)\beta_u S_u I - \nu_u E_u - \mu E_u,$$

$$\frac{dE_v}{dt} = (1 - p_v)\beta_v S_v I - \nu_v E_v - \mu E_v,$$

$$\frac{dI}{dt} = p_u \beta_u S_u I + p_v \beta_v S_v I + \nu_u E_u + \nu_v E_v - (\mu + \mu_T + \delta)I$$

$$N = N(t) = S_u(t) + S_v(t) + E_u(t) + E_v(t) + I(t)$$

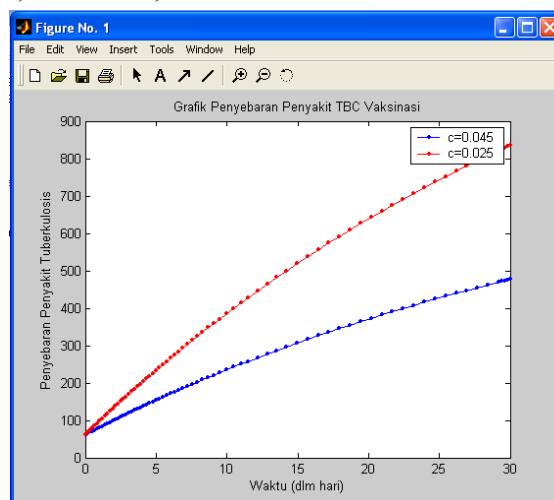
3.3 Bilangan Reproduksi Dasar (R₀)

Didefinisikan bilangan reproduksi dasar (R₀) untuk model penyebaran penyakit TBC dengan tipe SEI:

$$R_0 = \frac{(\nu_u + \mu)(\nu_u + \mu p_u)[\mu(1 - cq) + \omega]\beta_u \Pi - \mu(\nu_u + \mu)(\nu_u + \mu p_u)cq\beta_v \Pi}{\mu(\mu + \omega)(\nu_u + \mu)(\nu_u + \mu)(\mu + \mu_T + \delta)}$$

3.4 Grafik Penyebaran Penyakit TBC

Gambar 1 berikut merupakan grafik yang memperlihatkan individu *susceptible* pada model penyebaran penyakit tuberkulosis dengan vaksinasi c = 0,025 dan c = 0,045:

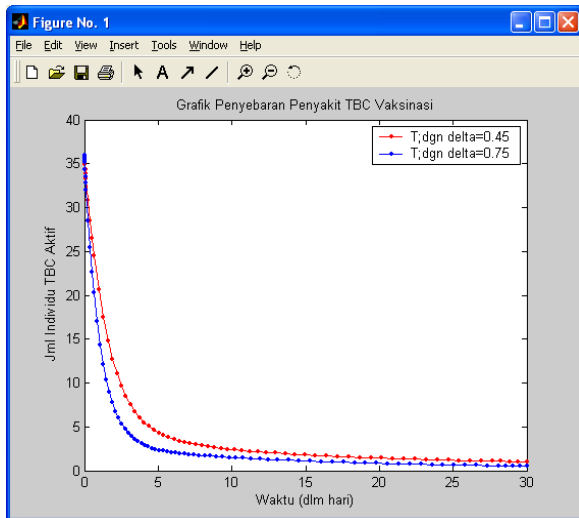


Gambar 1. Individu *susceptible* pada model penyebaran penyakit tuberkulosis dengan vaksinasi c = 0,025 dan c = 0,045

Gambar 1 tersebut menunjukkan bahwa pada model penyebaran penyakit TBC untuk individu susceptible dengan

$c = 0,025$, maka penyebaran penyakit TBC akan berkurang sebanyak 20 %. Sedangkan pada model penyebaran penyakit TBC untuk individu susceptible dengan $c = 0,045$, maka penyebaran penyakit TBC akan berkurang sebanyak 56%.

Gambar 2 berikut merupakan grafik yang memperlihatkan individu TBC aktif pada model penyebaran penyakit tuberkulosis dengan vaksinasi untuk $\delta=0,45$ dan $\delta=0,75$

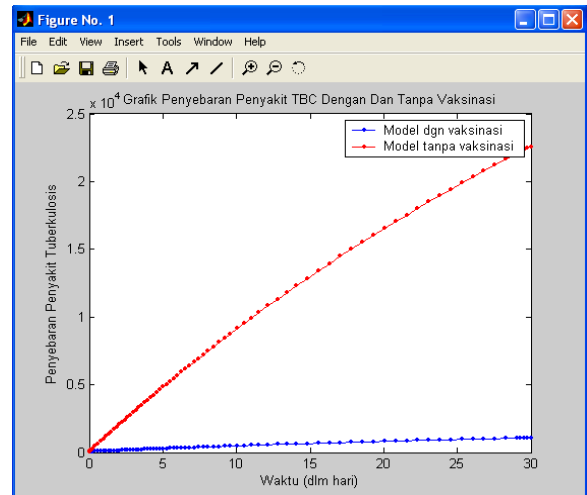


Gambar 2. Individu TBC aktif pada model penyebaran penyakit tuberkulosis dengan vaksinasi untuk $\delta=0,45$ dan $\delta=0,75$

Gambar 2 tersebut menunjukkan bahwa pada model penyebaran penyakit TBC dengan vaksinasi untuk individu TBC aktif dengan $\delta = 0,45$, maka jumlah individu TBC aktif akan berkurang sebanyak 33 %. Sedangkan pada model penyebaran penyakit TBC dengan vaksinasi untuk individu TBC aktif dengan $\delta = 0,75$, maka jumlah individu TBC aktif akan berkurang sebanyak 60%.

3.5. Hasil Simulasi:

Gambar 3 berikut merupakan hasil yang diperoleh dari simulasi model penyebaran penyakit tuberkulosis dengan vaksinasi dan tanpa vaksinasi:



Gambar 3. Simulasi model penyebaran penyakit TBC dengan vaksinasi dan tanpa vaksinasi

Gambar di atas memperlihatkan bahwa nyaris tidak terdapat penyebaran penyakit TBC (garis biru) apabila individu yang *susceptible* diberikan vaksinasi sesuai dengan dosis. Sementara itu, apabila tidak diberikan vaksinasi untuk individu yang *susceptible* maka penyebaran penyakit TBC terlihat sangat tinggi (garis merah)

4. Kesimpulan

Kesimpulan yang bisa diambil dari hasil penelitian memperlihatkan bahwa pemberian vaksinasi pada individu *susceptible* memberikan pengaruh terhadap penyebaran penyakit TBC.

Daftar Pustaka

- [1] Departemen Kesehatan RI. 2002. **Pedoman Nasional Penanggulangan Tuberculosis**, cetakan ke 8. Jakarta.
- [2] Departemen Kesehatan dan Kesejahteraan Sosial. 2002. **Pedoman Pelaksanaan Program Imunisasi Di Indonesia**. Jakarta.
- [3] Moghadas, S. M dan Gumel, A. B. 2002. **Analysis of A Model For Transmission Dynamics of TB**, volume 10, number 3. Canadian Applied Mathematics Quarterly.
- [4] Reyne, S. K. 2004. **Pengaruh Vaksinasi Terhadap Dinamika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah**. Skripsi. Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- [5] WHO. 2011. WHO Report of Global TB Control 2011. http://whqlibdoc.who.int/publication/2011/9789241564380_eng.pdf. Diakses 10 September 2012
- [6] Ideal. 2002. **Theoretical Population Biology** 61, 15-29. <http://www.idealibrary.com>. on Ideal.