

**PERBANDINGAN ANALISIS KOLOM DENGAN METODE ANALITIS DAN
METODE BEDA HINGGA (KASUS KOLOM DENGAN DIMENSI
300x300 mm², $f'_c = 20$ MPa, $f_y = 400$ MPa, $A_s + A_s' = 1\%$ Ag)**

Mukhlis Islam

Staf Pengajar Program Studi Teknik Sipil UNIB
Jl. W.R. Supratman, Kandang Limun, Bengkulu. Telp. (0736)21170
Email : mukhlis.islam@unib.ac.id

Abstrak

Tujuan penelitian ini adalah untuk mempelajari kelayakan dan efektifitas penggunaan metode beda hingga sebagai metode alternatif dalam melakukan analisis dan desain kolom beton bertulang selain metode analitis yang telah diratifikasi oleh banyak peraturan desain. Penelitian ini dilatar belakangi oleh kenyataan bahwa metode beda hingga relatif lebih mudah untuk diaplikasikan dengan alat bantu hitung berupa software komputer. Dalam penelitian ini metode beda hingga diaplikasikan untuk menghitung besaran tegangan beton yang didiskritisasi dengan menggunakan persamaan hubungan antara tegangan dan regangan beton yang diusulkan oleh Hognestad (1951). Hasil penelitian menunjukkan bahwa penggunaan metode beda hingga untuk menghitung kapasitas P_n dan M_n kolom dengan menggunakan persamaan hubungan tegangan regangan tersebut memberikan hasil yang cukup baik dengan selisih yang tidak signifikan jika dibandingkan dengan hasil dari metode analitis, dengan selisih untuk nilai P_n adalah sebesar 5.61% sampai dengan 18.70% pada sisi yang konservatif, dan selisih untuk nilai M_n adalah sebesar 0.65% sampai dengan 4.33% yang juga pada sisi yang konservatif.

Kata kunci: Kolom beton bertulang, metode beda hingga

Abstract

The aim of this research is to study the feasibility and effectiveness of finite difference method utilization as an alternative method for reinforced concrete column analysis and design tool beside analytical method which is already ratified by many design codes. The background of the research is that the finite difference method is relatively easier to apply as calculation tool by using computers. In this research the finite difference method is applied to calculate the magnitude of concrete stress that was discretized by using concrete stress strain relationship equations proposed by Hognestad (1951). The results of the research show that the application of finite difference method to calculate the axial and bending moment capacity of reinforced concrete column by using the aforementioned concrete stress strain relationship provide good results with deviation of 5.61% up to 18.70% compares to analytical method for axial capacity, and 0.65% up to 4.33% deviation for bending moment capacity, both on the conservative side.

Keywords: Reinforced concrete column, finite difference method

PENDAHULUAN

Penggunaan material beton bertulang untuk elemen struktural dalam bidang pembangunan infrastruktur sangat dominan jika dibandingkan dengan material lain seperti baja struktural maupun kayu. Dominasi ini dipicu oleh beberapa keunggulan beton bertulang jika dibandingkan dengan material lain antara lain fleksibilitas bentuk, estetika, ketersediaan material, kemudahan pekerjaan serta umur pakai. Namun disamping beberapa keunggulan tersebut, beton sebagai material elemen struktural juga memiliki beberapa kelemahan antara lain getas, kuat tarik yang jauh lebih rendah jika dibandingkan dengan kuat tekannya dan bersifat anisotropik. Kelemahan tersebut menjadikan perilaku beton bertulang sebagai material cukup kompleks dan membutuhkan analisis yang mendalam untuk memprediksi dan memperhitungkan perilakunya jika digunakan sebagai elemen struktural.

Kolom merupakan elemen struktural bangunan yang bertugas untuk meneruskan beban melalui tegangan tekan yang sangat sering dikombinasikan dengan tegangan lentur dan geser. Kolom pada sebagian besar struktur memiliki orientasi vertikal yang bertujuan untuk menyangga elemen lain di atasnya dan menyediakan ruang yang dapat digunakan oleh pengguna bangunan dibawah elemen yang disangga tersebut, sehingga dapat dinyatakan bahwa kolom merupakan elemen yang sangat penting untuk diberikan kekuatan dan stabilitas yang cukup dalam rangka memastikan bahwa bangunan dapat berfungsi dengan baik dan aman.

Untuk memastikan bahwa kolom dapat berfungsi dengan baik, memiliki kekuatan dan stabilitas yang cukup, maka analisis dan desain kolom sebagai elemen struktur perlu dilakukan dengan teliti dan komprehensif.

Prosedur desain dan analisis kolom beton bertulang telah distandarkan oleh beberapa peraturan desain (*design code*) dengan memperhitungkan perilaku beton bertulang sebagai material struktur. Prosedur analisis dan desain kolom ini didasarkan pada cara analitis dengan menyederhanakan beberapa perilaku material, yang juga telah diverifikasi dengan pengujian eksperimental. Oleh karena perilaku beton sebagai material cukup kompleks, maka prosedur analisis dan desain pada peraturan tersebut juga menjadi cukup kompleks untuk mengakomodasikan perilaku material tersebut, terutama pada kasus-kasus non standard dengan variasi beban dan bentuk kolom struktural.

Penyederhanaan prosedur analisis dan desain kolom beton bertulang diperlukan, namun penyederhanaan ini harus tetap mampu memperhitungkan kemampuan dan memprediksi perilaku sebenarnya dari struktur kolom beton bertulang dengan akurasi yang baik, agar proses analisis dan desain dapat dilakukan dengan lebih cepat dan ekonomis serta tetap komprehensif.

Salah satu solusi dalam penyederhanaan prosedur analisis dan desain kolom beton bertulang adalah dengan menggunakan *software* komputer yang berbasis elemen hingga. Namun ketersediaan *software* sangat terbatas pada kalangan tertentu dan pengguna *software* sebagian besar tidak dapat berinteraksi secara langsung dengan prosedur analisis yang dilakukan oleh *software*, sehingga cukup rentan terhadap error.

Solusi lain yang dapat dilakukan adalah dengan menggunakan metode numeris dalam prosedur analisis, salah satunya dengan metode beda hingga. Metode ini memiliki keunggulan yaitu prosedur perhitungan yang sederhana selama perilaku material dapat dimodelkan dalam suatu persamaan matematis, sedangkan kelemahan metode ini adalah diperlukannya

perhitungan berulang (*repetitive*) yang cukup panjang jika harus diselesaikan secara manual.

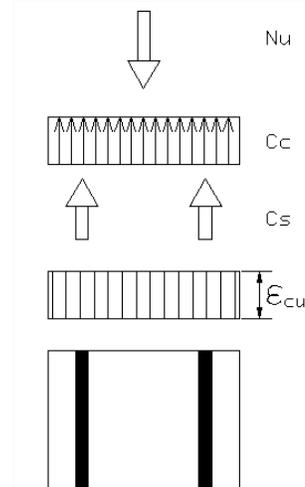
Kelemahan ini dapat diatasi dengan penggunaan alat bantu hitung (komputer) dengan prosedur sederhana menggunakan *software spreadsheet* yang tersedia cukup banyak dan disusun untuk melakukan perhitungan yang berulang dengan prosedur yang tetap.

Sehubungan dengan telah distandarkannya prosedur analisis dan desain dengan metode analitis oleh beberapa peraturan desain (*design code*) yang harus dijadikan pedoman, maka analisis dengan metode numeris dengan bantuan komputer perlu diverifikasi / dibandingkan dengan hasil analitis. Jika hasil numeris dapat diverifikasi dengan prosedur analitis, maka metode numeris dapat langsung digunakan, namun jika terdapat error, maka perlu diteliti lebih lanjut mengenai metode koreksi error tersebut.

METODE PENELITIAN

Kolom Aksial

Kolom aksial adalah kolom yang menderita beban yang berimpit dengan pusat berat penampangnya, sehingga tidak terdapat momen lentur pada kolom tersebut. Hubungan antara beban, diagram regangan dan tegangan pada kolom aksial dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Hubungan tegangan, regangan dan gaya pada kolom aksial

Dengan meninjau Gambar 1, jika sebuah kolom dibebani dengan beban aksial N_u , akan timbul regangan yang diasumsikan merata pada seluruh penampang kolom (ϵ_{cu}) dengan nilai ultimit sebesar 0.003 yang merupakan regangan hancur beton. Nilai regangan hancur beton ini jauh berada di atas nilai regangan leleh baja untuk baja lunak yang diperbolehkan untuk digunakan dalam konstruksi beton bertulang. Dengan mengambil kesetimbangan terhadap gaya vertikal, dengan A_g adalah luas penampang kolom, A_s adalah luas penampang penulangan, f'_c adalah kuat tekan beton dan f_y adalah kuat leleh baja, maka kapasitas aksial dari kolom tersebut adalah:

$$P_n = C_c + C_s \quad (1)$$

dengan

$$C_c = 0.85 \times f'_c \times A_g \quad (2)$$

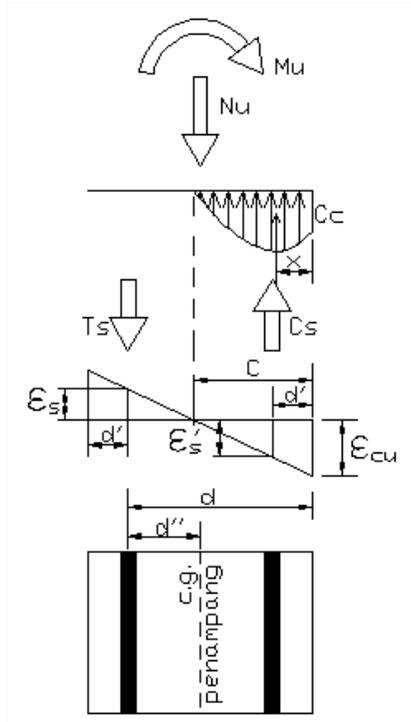
$$C_s = A_s \times f_y \quad (3)$$

Dan dengan mengambil kesetimbangan momen pada titik sembarang akan didapatkan bahwa:

$$M_n = 0$$

Kolom eksentris uniaksial

Kolom eksentris uniaksial adalah kolom yang menderita kombinasi dari beban aksial sentris dan momen lentur 1 arah, atau kolom yang menderita beban aksial eksentris 1 arah, sehingga gaya yang bekerja padanya adalah gaya aksial N_u dan momen lentur 1 arah M_u .



Gambar 2. Hubungan tegangan, regangan dan gaya pada kolom eksentris uniaksial

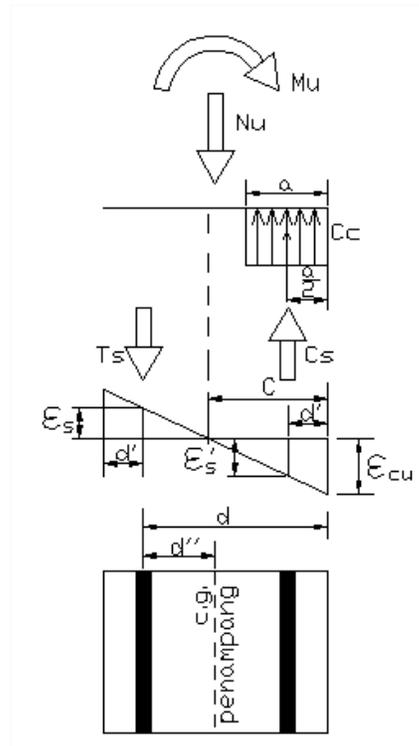
Dengan meninjau Gambar 2, dengan cara yang sama sebagaimana kolom sentris dengan meninjau kesetimbangan gaya vertikal, maka akan didapatkan kapasitas aksial kolom eksentris tersebut adalah:

$$P_n = C_c + C_s - T_s \tag{3}$$

Dan dengan mengambil kesetimbangan momen pada titik tengah penampang didapatkan persamaan kapasitas momen sebagai:

$$M_n = C_c(d - d - x) + C_s(d - d - d') - T_s(d'') \tag{4}$$

Dengan meninjau persamaan 3 dan 4 akan didapat bahwa penyelesaian persamaan tersebut cukup rumit akibat adanya bentuk parabolis kurva tekan beton, sehingga Whitney (1937) dalam Park (1975) mengusulkan untuk menyederhanakan kurva kuat tekan beton dengan mengekivalensikannya menjadi blok tekan beton. Dengan mengadopsi blok tekan beton usulan whitney, maka hubungan regangan dan tegangan pada kolom eksentris uniaksial akan menjadi sebagaimana pada gambar 3.



Gambar 3. Hubungan tegangan, regangan dan gaya pada kolom eksentris uniaksial dengan asumsi blok tekan

Dengan meninjau Gambar 3, maka kapasitas aksial kolom tetap dirumuskan dengan menggunakan Persamaan 3 dan kapasitas momen lentur dirumuskan dengan sedikit memodifikasi Persamaan 4 menjadi

$$M_n = C_c \left(d - d'' - \frac{a}{2} \right) + C_s(d - d'' - d') + T_s(d'') \tag{5}$$

Dengan

$$C_c = 0.85 \times f'_c \times b \times a \quad (6)$$

$$C_s = A_s' \times f_s' \quad (7)$$

$$T_s = A_s \times f_s \quad (8)$$

$$f_s' = \epsilon_s' \times E_s \leq f_y \quad (9)$$

$$f_s = \epsilon_s \times E_s \leq f_y \quad (10)$$

$$a = \beta_1 \times c \quad (11)$$

$$\beta_1 = 0.85 \text{ jika } f'_c \leq 30 \text{ MPa} \quad (12)$$

$$\beta_1 = 0.85 - 0.008 \times (f'_c - 30) \text{ jika } f'_c > 30 \text{ MPa} \quad (13)$$

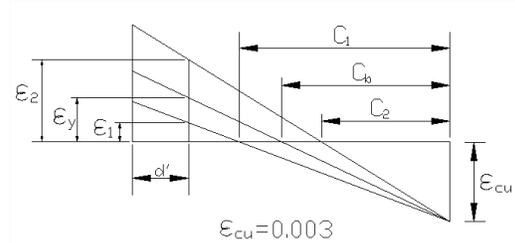
Kondisi berimbang, patah tarik dan patah tekan

Kolom dengan kondisi berimbang adalah kolom yang apabila diberikan pembebanan eksentris akan mengalami keruntuhan / kegagalan struktur berupa lelehnya baja tulangan tarik yang terjadi bersamaan dengan regangan tekan hancur beton tercapai yang diasumsikan sebesar 0,003. Kolom yang mengalami patah tarik adalah kolom yang mengalami keruntuhan akibat lelehnya baja tulangan tarik sebelum regangan hancur tekan beton tercapai, dan sebaliknya kolom yang mengalami patah tekan adalah kolom yang mengalami keruntuhan akibat tercapainya regangan hancur tekan beton sebelum baja tulangan tarik mengalami pelelehan.

Diagram regangan kolom pada kondisi berimbang, patah tarik dan patah tekan dapat dilihat pada Gambar 4.

Dari Gambar 4 dapat dilihat bahwa pada kondisi berimbang, regangan leleh ϵ_y memiliki korelasi dengan jarak garis netral dari serat tekan terluar (c_b) dengan persamaan:

$$c_b = \frac{d' \times \epsilon_{cu}}{(\epsilon_y + \epsilon_{cu})} \quad (14)$$

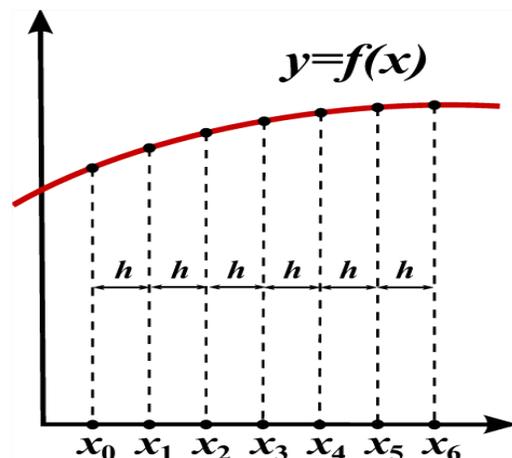


Gambar 4. Diagram regangan pada kolom kondisi *balanced*, patah tarik dan patah tekan

Dari Gambar 4 juga dapat dilihat bahwa pada kondisi patah tekan dimana regangan tulangan tarik = ϵ_1 , maka nilai c yang berkorelasi adalah c_1 yang nilainya lebih besar daripada c_b dan sebaliknya pada kondisi patah tarik.

Metode Beda Hingga

Metode beda hingga adalah metode numeris yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan differensial dengan melakukan pendekatan dengan persamaan beda (*difference equation*), dimana beda hingga mendekati turunan (derivatif), sehingga dapat dikatakan bahwa metode beda hingga adalah metode diskritisasi (Gustafsson, 2011).



Gambar 5. Diskritisasi fungsi dalam metode beda hingga

Dengan meninjau Gambar 5, menurut Causon, D.M. et. al. (2010), jika

diasumsikan bahwa persamaan derivatif yang akan didekati dengan metode beda hingga dengan teorema deret Taylor, dapat disusun sebuah deret Taylor dengan persamaan

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}h + \frac{f^{(2)}(x_0)}{2!}h^2 + \dots \\ \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}h^n + R_n(x), \quad (15)$$

Turunan pertama fungsi f didapat dengan menyederhanakan deret menjadi

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + f'(x_0)h + R_1(x), \quad (16)$$

Dengan mensubstitusikan $x_0 = a$ didapatkan persamaan

$$f(a + h) = f(a) + f'(a)h + R_1(x), \quad (17)$$

Dan membagi seluruh sukunya dengan h didapatkan persamaan

$$\frac{f(a + h)}{h} = \frac{f(a)}{h} + f'(a) + \frac{R_1(x)}{h} \quad (18)$$

Dengan menyelesaikan persamaan terhadap $f'(a)$ didapatkan persamaan

$$f'(a) = \frac{f(a + h) - f(a)}{h} - \frac{R_1(x)}{h} \quad (19)$$

Dengan mengasumsikan bahwa nilai $R_1(x)$ cukup kecil sehingga dapat diabaikan, maka turunan pertama dari fungsi f dapat didekati dengan persamaan

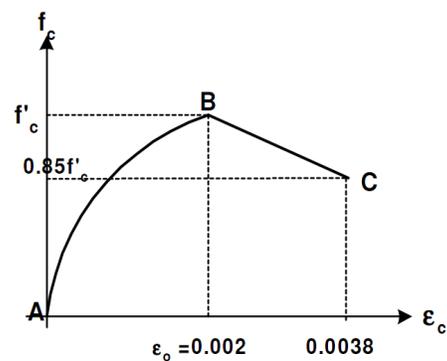
$$f'(a) \approx \frac{f(a + h) - f(a)}{h}. \quad (20)$$

Persamaan 19 adalah persamaan dasar dalam metode beda hingga, dimana nilai turunan (derivatif) didekati dengan nilai beda hingga yaitu besaran suatu fungsi pada titik diskrit tertentu dikurangi dengan besaran suatu fungsi di titik diskrit sebelumnya yang hasilnya dibagi dengan jarak antara kedua titik diskrit (lihat Gambar 5).

Dari hasil penjabaran persamaan diatas diketahui bahwa beberapa asumsi harus diambil untuk menyederhanakan masalah. Asumsi-asumsi tersebut secara teknis dan matematis dapat diterima namun kemungkinan terjadinya error tetap ada. Error dalam metode ini didefinisikan sebagai selisih antara hasil pendekatan dengan beda hingga dan hasil analitis. Dua sumber error yang dapat terjadi yaitu error dari pembulatan angka desimal dan error dari diskritisasi, yaitu selisih antara hasil eksak persamaan differensial awal dan hasil eksak yang mengasumsikan aritmetika yang sempurna (tanpa ada pembulatan).

Persamaan hubungan tegangan-regangan beton

Diagram tegangan-regangan (σ - ϵ) beton biasanya diperoleh dari hasil uji tekan uniaxial silinder beton. Namun, untuk tujuan analisis perlu suatu model matematis yang dapat menggambarkan hubungan antara tegangan-regangan (σ - ϵ) beton tersebut. Model ini sudah diketahui dengan baik dan menunjukkan prediksi tegangan-regangan (σ - ϵ) beton normal yang cukup akurat (Park & Paulay, 1975). Diagram tegangan-regangan (σ - ϵ) beton normal menurut Hognestaad seperti yang dijelaskan pada Gambar 6.



Sumber: Park & Paulay, 1975

Gambar 6. Kurva tegangan-regangan beton menurut Hognestaad

Menurut Hognestad (1951) dalam Reddiar (2009), diagram tegangan-regangan Hognestad terbagi menjadi dua bagian kurva yaitu *ascending branch* dan *descending branch*.

a. Ascending Branch

Merupakan kurva kenaikan tegangan beton dari titik A ke titik B. Sehingga akan didapat persamaan untuk menentukan tegangan awal sebelum beton mencapai tegangan 0,002.

$$f_c = f_c' \left\{ \frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_c} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2 \right\} \quad (21)$$

b. Descending Branch

Merupakan kurva penurunan tegangan dari titik B ke titik C. Sehingga akan didapat persamaan untuk menentukan tegangan awal setelah beton mencapai tegangan 0,002.

$$f_c = f_c' \{1 - 100(\varepsilon_c - \varepsilon_o)\} \quad (22)$$

dimana :

f_c = tegangan beton pada serat tekan terluar pada kondisi beban kerja.

f_c' = kekuatan tekan beton

ε_c = regangan dalam beton pada kondisi per pias

ε_o = regangan beton menurut hognestaads

Prosedur perhitungan, batasan dan asumsi

Penelitian dilakukan dengan cara melakukan perhitungan (kalkulasi) kapasitas kolom teoritis berdasarkan prosedur dan persamaan yang telah dibakukan melalui peraturan desain dan perhitungan numeris menggunakan alat bantu hitung berupa kalkulator dan software spreadsheet dengan metode beda hingga. Hasil dari kedua perhitungan tersebut kemudian dibandingkan untuk mengetahui selisih yang ada, dengan *benchmark* berupa hasil dari perhitungan analitis berdasarkan persamaan yang telah dibakukan oleh peraturan desain.

Dalam perhitungan ini, nilai faktor reduksi kekuatan kolom (Φ) tidak diperhitungkan agar hasil perhitungan dapat berlaku umum.

Batasan penelitian dan asumsi yang diadopsi dalam penelitian kali ini adalah sebagai berikut:

- 1) Dimensi kolom adalah 300 x 300 mm
- 2) d' sebesar 60 mm
- 3) $A_s + A_s'$ sebesar 1 % dari luas penampang kolom
- 4) $f_c = 20$ MPa
- 5) $f_y = 400$ MPa
- 6) Regangan hancur beton $\varepsilon_{cu} = 0.0038$
- 7) $E_{baja} = 2 \times 10^5$ MPa

Perhitungan dengan metode analitis

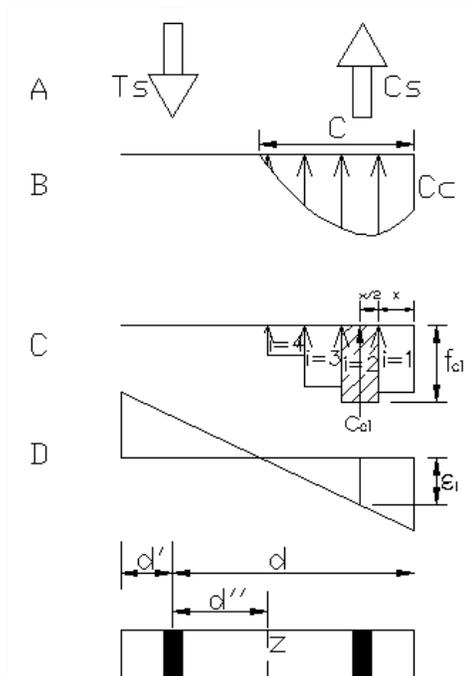
Prosedur perhitungan dengan cara analitis adalah sebagai berikut:

- 1) Menghitung nilai c_b dengan menggunakan Persamaan 14
- 2) Menghitung nilai a dengan menggunakan Persamaan 11
- 3) Menghitung nilai C_c dengan menggunakan Persamaan 6
- 4) Menghitung nilai f_s' dengan menggunakan Persamaan 9
- 5) Menghitung nilai C_s dengan menggunakan Persamaan 7
- 6) Menghitung nilai f_s dengan menggunakan Persamaan 10
- 7) Menghitung nilai T_s dengan menggunakan Persamaan 8
- 8) Menghitung nilai P_n dengan menggunakan Persamaan 3
- 9) Menghitung nilai M_n dengan menggunakan Persamaan 5
- 10) Menghitung kondisi patah tarik dengan mengambil nilai c yang lebih kecil daripada c_b dalam beberapa segmen dan mengulang prosedur nomor 2 sampai dengan 9

- 11) Menghitung kondisi patah tekan dengan mengambil nilai c yang lebih besar daripada c_b dalam beberapa segmen dan mengulang prosedur nomor 2 sampai dengan 9

Perhitungan dengan metode beda hingga

Derivasi persamaan yang akan digunakan dalam perhitungan dengan metode beda hingga dilakukan dengan meninjau Gambar 7.



Gambar 7. Diagram tegangan dan regangan pada kolom beton bertulang: a. tulangan tarik dan tekan, b. diagram tegangan beton ideal, c. diagram tegangan beton asumsi beda hingga, d. diagram regangan

Dengan meninjau diagram pada Gambar 7, prosedur perhitungan dengan cara beda hingga adalah sebagai berikut:

- 1) Mengadopsi nilai c_b dari perhitungan analitis agar nilai P_n dan M_n yang dihasilkan setara dan dapat dibandingkan (Gambar 7.b)

- 2) Membagi nilai c menjadi bagian-bagian yang diskrit dengan lebar masing masing segmen sebesar x (Gambar 7.c)
- 3) Dengan meninjau segmen yang di arsir ($i=2$), dapat dihitung nilai ε_i (Gambar 7.d) dengan Persamaan

$$\varepsilon_i = \frac{\varepsilon_{cu} - x_i}{c} \quad (23)$$

- 4) Menghitung nilai f'_{ci} dengan Persamaan 20 jika nilai ε_i lebih kecil daripada 0,002 atau dengan persamaan 21 jika nilai ε_i lebih besar daripada 0,002

- 5) Menghitung nilai A_{ci} dengan persamaan $A_{ci} = x_i \cdot b$ (24)

Dimana b adalah lebar penampang kolom

- 6) Menghitung nilai kapasitas tekan segmental dengan persamaan

$$C_{ci} = \frac{(f'_{ci} - f'_{c(i-1)})}{2} A_{ci} \quad (25)$$

- 7) Menghitung nilai kapasitas tekan total dengan persamaan

$$C_c = \sum C_{ci} \quad (26)$$

- 8) Menghitung nilai momen nominal akibat tekan beton segmental dengan persamaan

$$M_{ci} = (d - d'' - x_{(i-1)} + x/2) \quad (27)$$

- 9) Menghitung nilai momen nominal akibat tekan beton total dengan persamaan

$$M_c = \sum M_{ci} \quad (28)$$

- 12) Menghitung nilai f'_s dengan menggunakan Persamaan 9

- 13) Menghitung nilai C_s dengan menggunakan Persamaan 7

- 14) Menghitung nilai f_s dengan menggunakan Persamaan 10

- 15) Menghitung nilai T_s dengan menggunakan Persamaan 8
- 16) Menghitung nilai P_n dengan menggunakan Persamaan 3
- 17) Menghitung nilai momen nominal total akibat kombinasi tekan beton, tekan baja tulangan dan tarik baja tulangan dengan memodifikasi Persamaan 4 menjadi

$$M_n = M_c + C_s(d - d'' - d') + T_s(d'') \quad (29)$$

Setelah perhitungan kapasitas P_n dan M_n dari kedua metode diselesaikan dan hasil perhitungan didapatkan, tahapan selanjutnya adalah merekap hasil perhitungan pada berbagai nilai c , melakukan plot diagram hubungan P_n - M_n dari kedua metode dan membandingkannya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil perhitungan dengan metode analitis dengan beragam nilai c dapat dilihat pada Tabel 1.

Hasil perhitungan dengan metode beda hingga dengan beragam nilai c dapat dilihat pada Tabel 2.

Selisih hasil perhitungan antara metode analitis dan metode beda hingga dapat dilihat pada Tabel 3.

Perbandingan nilai P_n dari hasil perhitungan beda hingga dan analitis

Dengan meninjau hasil perhitungan yang disajikan pada tabel 1, 2 dan 3 dapat diketahui bahwa nilai P_n yang dihasilkan dari metode beda hingga lebih kecil daripada nilai P_n yang dihasilkan dari metode analitis pada seluruh nilai c . Persentase selisih nilai P_n antara kedua metode cukup kecil pada nilai c yang besar (kondisi patah tekan) dengan selisih sebesar 5.61 % sampai dengan 6.21 %, sedangkan persentase selisih

nilai P_n pada nilai c yang kecil (kondisi patah tarik) relatif lebih besar daripada yang didapatkan dari kondisi patah tekan. Persentase selisih nilai P_n relatif tetap pada nilai c dari kondisi *balanced* sampai dengan nilai c sebesar 42.69% dari h , yaitu pada posisi 6.61%, dan mulai meningkat pada nilai c yang lebih kecil daripada 42.69% dari h , yang selanjutnya meningkat secara signifikan pada nilai c yang lebih kecil daripada 26,48 % dengan selisih terbesar adalah 18.70 %.

Tabel 1. Hasil perhitungan dengan metode analitis

No	C	Analitis		Ket	C(%)
		Pn (kN)	Mn (kNm)		
	~	1874.7	0	Aksial Murni	
1	300	1641.01	39.05	tekan	100.00
2	282.16	1540.87	48.95	tekan	94.05
3	264.31	1438.40	57.78	tekan	88.10
4	246.47	1333.08	65.60	tekan	82.16
5	228.62	1224.25	72.46	tekan	76.21
6	210.78	1111.01	78.44	tekan	70.26
7	192.93	992.16	83.65	tekan	64.31
8	175.09	865.96	88.25	tekan	58.36
9	157.24	729.92	92.47	balanced	52.41
10	147.52	684.78	91.62	tarik	49.17
11	137.79	639.64	90.40	tarik	45.93
12	128.07	594.50	88.79	tarik	42.69
13	118.34	537.97	85.79	tarik	39.45
14	108.62	477.31	82.03	tarik	36.21
15	98.90	413.59	77.62	tarik	32.97
16	89.17	345.83	72.47	tarik	29.72
17	79.45	272.52	66.44	tarik	26.48
18	69.72	191.36	59.33	tarik	23.24
19	60.00	98.52	50.78	tarik	20.00
20	51.29	0.00	41.43	Momen Murni	

Tabel 2. Hasil perhitungan dengan metode beda hingga

No	C	Hognestad (Beda Hingga)			C(%)
		Pn (kN)	Mn (kNm)	Ket	
	~	1874.7	0	Aksial Murni	
1	300	1548.9	39.305	tekan	100.00
2	282.16	1454.24	48.40	tekan	94.05
3	264.31	1357.24	56.53	tekan	88.10
4	246.47	1257.40	63.74	tekan	82.16
5	228.62	1154.05	70.10	tekan	76.21
6	210.78	1046.29	75.67	tekan	70.26
7	192.93	932.92	80.59	tekan	64.31
8	175.09	812.20	84.98	tekan	58.36
9	157.24	681.64	89.09	balanced	52.41
10	147.52	639.49	88.23	tarik	49.17
11	137.79	597.33	87.02	tarik	45.93
12	128.07	555.18	85.46	tarik	42.69
13	118.34	501.63	82.53	tarik	39.45
14	108.62	443.96	78.87	tarik	36.21
15	98.90	383.23	74.59	tarik	32.97
16	89.17	318.45	69.60	tarik	29.72
17	79.45	248.13	63.77	tarik	26.48
18	69.72	169.95	56.87	tarik	23.24
19	60.00	80.10	48.58	tarik	20.00
20	51.29	0.00	39.48	Momen Murni	

Kecenderungan meningkatnya persentase selisih ini bertolak belakang dengan kecenderungan selisih nilai P_n dari kedua metode secara absolut, dimana justru dengan semakin kecilnya nilai c , maka selisih nilai P_n secara absolut semakin berkurang.

Peningkatan persentase selisih nilai P_n yang seiring dengan pengurangan nilai c kemungkinan disebabkan oleh semakin rendahnya nilai P_n , sehingga walaupun secara absolut selisih tersebut semakin berkurang, namun secara presentase justru semakin tinggi.

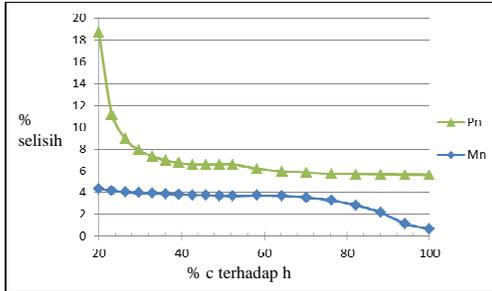
Kecenderungan perubahan persentase selisih nilai nilai P_n dan M_n terhadap persentase nilai c terhadap h dapat dilihat pada gambar 8.

Tabel 3. Selisih nilai P_n dan M_n dari hasil perhitungan metode analitis dan metode beda hingga

No	C	C(%)	selisih % P_n	selisih % M_n
1	300	100.00	5.61	0.65
2	282.16	94.05	5.62	1.12
3	264.31	88.10	5.64	2.17
4	246.47	82.16	5.68	2.83
5	228.62	76.21	5.73	3.26
6	210.78	70.26	5.83	3.52
7	192.93	64.31	5.97	3.67
8	175.09	58.36	6.21	3.71
9	157.24	52.41	6.61	3.65
10	147.52	49.17	6.61	3.70
11	137.79	45.93	6.61	3.74
12	128.07	42.69	6.61	3.76
13	118.34	39.45	6.75	3.80
14	108.62	36.21	6.99	3.85
15	98.90	32.97	7.34	3.90
16	89.17	29.72	7.92	3.95
17	79.45	26.48	8.95	4.02
18	69.72	23.24	11.19	4.13
19	60.00	20.00	18.70	4.33
20	51.29			

Perbandingan nilai M_n dari hasil perhitungan beda hingga dan analitis

Hasil perhitungan menunjukkan bahwa selisih nilai M_n yang dihasilkan dari perhitungan dengan metode analitis dan metode beda hingga cukup kecil dengan kecenderungan yang sama dengan selisih nilai P_n , yaitu persentase selisih cenderung lebih kecil pada nilai c yang besar (kondisi patah tekan) dan cenderung meningkat seiring dengan mengecilnya nilai c (kondisi patah tarik).



Gambar 8. Persentase selisih P_n dan M_n

Perhitungan dengan metode beda hingga menghasilkan nilai M_n yang lebih kecil daripada perhitungan dengan metode analitis, dengan persentase selisih terkecil adalah sebesar 0.65 %, dan peningkatan persentase selisih relatif mendekati linier dengan semakin kecilnya nilai c , dengan persentase selisih terbesar adalah 4.33%, sehingga dapat dikatakan bahwa metode beda hingga dapat memprediksi kapasitas M_n kolom dengan cukup baik.

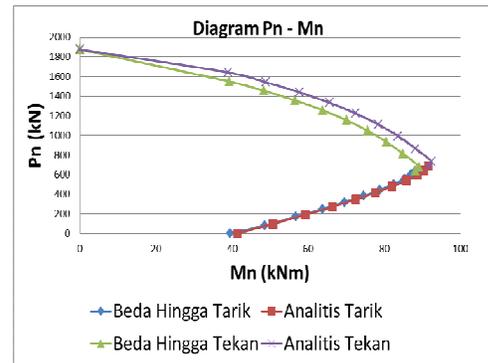
Aplikasi metode beda hingga dalam analisis dan desain kolom

Dari hasil penelitian ini diketahui bahwa metode beda hingga dapat digunakan dalam memprediksi nilai P_n dan M_n kolom dengan cukup baik terutama pada kolom dengan nilai c besar (patah tarik), dan masih cukup baik pada kolom dengan nilai c yang relatif kecil (patah tekan) sampai pada batas-batas tertentu dimana persentasenya menjadi signifikan.

Dari hasil penelitian ini juga diketahui bahwa metode beda hingga memberikan hasil perhitungan yang relatif lebih kecil jika dibandingkan hasil perhitungan dengan cara analitis.

Kedua fenomena diatas dapat menjadi dasar untuk menyatakan bahwa pada kasus khusus dengan batasan-batasan yang diadopsi dalam penelitian ini, metode beda hingga dapat digunakan untuk melakukan analisis dan desain kolom beton bertulang, dengan hasil

yang relatif lebih konservatif jika dibandingkan dengan metode analitis. Perbandingan diagram hubungan P_n - M_n yang dihasilkan dari kedua metode dapat dilihat pada gambar 9.



Gambar 9. Kurva hubungan P_n - M_n kolom dengan metode analitis dan beda hingga

Persentase selisih yang cukup besar pada nilai P_n terjadi pada nilai c yang sangat kecil, dengan kapasitas aksial yang juga sangat kecil, sehingga untuk keperluan praktis dapat diabaikan.

KESIMPULAN

1. Metode beda hingga dapat memprediksi kapasitas M_n kolom dengan cukup baik dengan selisih 0.6% sampai dengan 4.33% jika dibandingkan dengan hasil analitis.
2. Metode beda hingga dapat memprediksi kapasitas P_n kolom dengan cukup baik pada kondisi nilai c relatif besar dengan selisih 5.61% sampai dengan 6.61% jika dibandingkan dengan hasil analitis.
3. Metode beda hingga menghasilkan kapasitas P_n dengan selisih yang cukup signifikan pada nilai c yang kecil dengan selisih terbesar adalah 18.7%.
4. Dari perbandingan selisih hasil perhitungan kedua metode, terdapat kecenderungan yang sama untuk selisih P_n dan M_n yaitu selisih semakin

- membesar seiring dengan mengecilnya nilai c .
5. Metode beda hingga memberikan hasil berupa kapasitas P_n dan M_n yang lebih kecil jika dibandingkan hasil analitis, sehingga metode beda hingga akan memberikan hasil yang lebih konservatif.
 6. Dalam kasus yang sesuai dengan batasan penelitian ini, metode beda hingga dapat digunakan sebagai alternatif metode dalam analisis dan desain kolom beton bertulang.

DAFTAR PUSTAKA

- Causon, D.M., Mingham, C.G., 2010, *Introductory Finite Difference Methods for PDEs*, <http://www.cs.man.ac.uk/~fumie/tmp/introductory-finite-difference-methods-for-pdes.pdf>, 20 Juli 2015.
- Gustafsson, B., 2011, *Fundamentals of Scientific Computing*, Springer, New York, USA.
- Park, R., and Paulay, T., 1975, **Reinforced Concrete Structures**, John Wiley and Sons, Canada.
- Reddiar, M., 2009, *Stress Strain Model of Unconfined and Confined Concrete and Stress-Block Parameters*, Texas A&M University, USA.