

Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Limit dan Kekontinuan

Hanifah

Universitas Bengkulu

hanifah@unib.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui kemampuan pemecahan masalah (KPM) mahasiswa dalam menyelesaikan soal limit dan kekontinuan pada perkuliahan Analisis Real. Penelitian ini berupa penelitian *ex post facto*, yaitu suatu penelitian yang dilakukan untuk meneliti peristiwa yang telah terjadi dan kemudian merunut ke belakang untuk mengetahui faktor-faktor yang dapat menimbulkan kejadian tersebut. Subjek sasaran dalam penelitian ini adalah mahasiswa program Pasca Sarjana Pendidikan Matematika FKIP UNIB yang mengambil matakuliah Analisis Real pada semester genap TA 2020/2021 yang berjumlah 13 orang. Instrumen penelitian adalah lembar tes dan lembar acuan analisis KPM menurut tahapan Polya yang terdiri dari : P1 Memahami Masalah; P2 Merencanakan Penyelesaian; P3 Melaksanakan Rencana; P4 Memeriksa Kembali. Hasil penelitian menunjukkan bahwa: nilai rata-rata hasil KPM mahasiswa = 75,47 dan kualifikasi baik. Nilai rata-rata KPM tiap tahapan Polya adalah: P1 = 88,46 ; P2 = 61,54 ; P3 = 60,15; P4 = 60.00. Artinya umumnya mahasiswa mampu memahami soal dengan kualifikasi sangat baik, namun untuk KPM mahasiswa tahap merencanakan, tahap melaksanakan rencana, dan tahap memeriksa kembali termasuk kualifikasi cukup.

Kata kunci: Grafik Fungsi, Kekontinuan, Limit, Pemecahan Masalah Tahapan Polya,

Abstract

This study aimed to determine the students' problem-solving ability in solving limit and continuity problems in Real Analysis lectures. This research was an *ex post facto* research, is a study conducted to examine events that have occurred and then trace back to find out the factors that can cause these events. The subjects in this study were 13 master students of Mathematics Education FKIP UNIB who took the Real Analysis courses in the even semester of 2020/2021 FY. The research instrument was a test sheet, and a reference sheet for problem-solving ability analysis according to Polya stages consisting of P1 Understanding the problem; P2 Divising a plan; P3 Carrying out the plan; P4 Looking Back. The results showed that: the average value of student KPM results = 75,47. The average value of KPM for each Polya stage is: P1 = 88.46 ; P2 = 61.54 ; P3 = 60.15; P4 = 60.00. This means that generally, students are able to understand questions with very good qualifications, but for KPM students, the stages of planning, implementing plans, and re-checking are quite good qualifications.

Keywords: Continuity, Function Graph, Limit, Stages of Polya Problem Solving

1. Pendahuluan

Kemampuan pemecahan masalah (KPM) adalah kemampuan mahasiswa untuk menyelesaikan suatu masalah dengan suatu strategi dan taktik disertai keterampilan dalam teknis matematika yang baku serta memiliki sifat yang kritis, teliti dan ulet. Sasaran yang hendak dicapai setelah mahasiswa belajar matematika dengan baik menurut Martono adalah memperoleh pengetahuan dasar dan pola pikir matematika, dalam bentuk: (1) tertatanya pola berpikir ilmiah yang kritis, logis, dan sistematis; (2) terlatihnya daya nalar dan kreativitas setelah mempelajari berbagai strategi dan taktik dalam pemecahan masalah; (3) terlatih dalam merancang model matematika sederhana; (4) terampil dalam teknis matematika yang baku dengan didukung oleh konsep, penalaran, rumus, dan metode yang benar (Hanifah, 2016).

Kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah analisis real berkaitan pula dengan kemampuan pemecahan masalah. Pemecahan masalah yang dimaksud adalah agar mahasiswa menemukan jawaban yang benar dalam menyelesaikan masalah setelah mengikuti serangkaian langkah atau prosedur. Pemecahan masalah menurut Polya (1988) dalam bukunya "*How to solve it, A new aspect of mathematical method*" memiliki 4 tahapan yaitu: (1) *Understanding the problem* (Memahami masalah). Tahap pertama ini sangat penting, karena masalah tidak dapat diselesaikan jika pernyataan tidak dipahami; (2) *Divising a plan* (Menyiapkan atau mengembangkan rencana). Pada tahap ini mahasiswa menggunakan pengetahuan, imajinasi, dan kreativitasnya untuk mengembangkan strategi yang memungkinkannya menemukan operasi yang diperlukan untuk memecahkan masalah; (3) *Carrying out the plan* (Menjalankan rencana). Pada tahap ini mahasiswa harus menerapkan strategi yang mereka pilih untuk menyelesaikan masalah secara tuntas; dan (4) *Looking Back* (Memeriksa kembali). Tahap terakhir ini sangat penting, karena mahasiswa memiliki kemungkinan untuk meninjau pekerjaan mereka dan memastikan mereka tidak melakukan kesalahan apa pun. Artikel ini akan membahas tentang KPM mahasiswa dalam menyelesaikan soal limit dan kekontinuan berdasarkan tahapan Polya.

Materi Limit dan Kekontinuan sudah diperkenalkan sejak di bangku SMA Jurusan IPA. Materi tersebut kembali dipelajari oleh mahasiswa Pendidikan Matematika dengan tingkat kesulitan yang berbeda, dengan pokok bahasan terdiri dari: Pendahuluan Limit, Pengkajian Mendalam tentang Limit, Teorema Limit, Limit melibatkan Fungsi Trigonometri, Limit di Tak Hingga, Limit Tak Terhingga, Kontinuitas Fungsi (Purcell dkk, 2010). Berikut ini adalah tentang limit.

Definisi. Pengertian Presisi Limit Mengatakan bahwa $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$, berarti bahwa untuk tiap $\varepsilon > 0$ yang diberikan (betapapun kecilnya, terdapat $\delta > 0$ yang berpadanan sedemikian rupa sehingga $|f(x) - L| < \varepsilon$ asalkan bahwa $0 < |x - c| < \delta$: yakni, $0 < |x - c| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$

Gambar 1. Definisi Limit (Purcell dkk, 2010)

Untuk bisa memahami maksud dari limit tersebut, yang dilakukan adalah melukiskan definisi tersebut kedalam bentuk grafik. Berdasarkan pengalaman mengajarkan definisi limit pada mata kuliah Kalkulus Diferensial di Prodi S1 Pendidikan matematika, materi ini sangat sulit dicerna oleh mahasiswa. Mahasiswa umumnya bisa menghitung operasi pada limit secara aljabar, termasuk untuk fungsi trigonometri. Namun sangat sulit untuk memahami bila limit didefinisikan menggunakan lambang ε (epsilon) dan δ (delta), walaupun dosen sudah berupaya menggambarkan grafiknya di papan tulis pada perkuliahan luring, dimana posisi ε dan posisi δ pada grafik. Bantuan yang diberikan dosen ketika belajar secara daring dimana mahasiswa jadi pusat pembelajaran, adalah memandu mahasiswa yang presentasi supaya menggunakan geogebra untuk melukis grafik fungsi dan menentukan dimana letak ε dan dimana letak δ pada grafik tersebut. Kemudian menjelaskan apa maksud mendekati suatu titik c di sumbu X dari kiri atau dari kanan. Apalagi dengan pembelajaran daring, sulit mendeteksi apakah mahasiswa benar-benar memperhatikan temannya presentasi. Adakalanya alasan mahasiswa tidak menyimak adalah karena kehabisan kuota, atau gangguan sinyal karena cuaca buruk atau mati lampu.

Mahasiswa umumnya juga sangat kesulitan menghitung limit bila limit didefinisikan dalam bentuk fungsi bersyarat. Berikut ini adalah contoh soal tentang limit dan kekontinuan fungsi pada UTS matakuliah Kalkulus Deferensial mahasiswa S1 Program Studi Matematika Semester 2 FKIP UNIB TA 2020/2021.

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{jika } x < -1 \\ x, & \text{jika } -1 < x < 1 \\ 1 - x, & \text{jika } x \geq 1 \end{cases}$$

Cari tiap nilai berikut (jika ada): a) $f(1)$; b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$;
c) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$; d) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$; e) Apakah $f(x)$ kontinu di titik 1?

Gambar 2. Soal Limit dan Kekontinuan (Sumber: Arsip UTS 2021)

Setelah data diolah diperoleh hasil bahwa: yang menjawab benar 34,7 %; yang menjawab salah 65,3 %. Kesalahan yang dilakukan secara umum adalah: kesalahan cara mensubstitusikan; kesalahan memilih fungsi sesuai syaratnya; mensubstitusikan ke semua fungsi tanpa memperhatikan syarat; tidak menyelesaikan limit (tidak mensubstitusi); kesalahan konsep limit atau kesalahan konsep kekontinuan. Berdasarkan kesalahan tersebut dapat disimpulkan bahwa mahasiswa tidak menguasai dengan baik tentang daerah asal dan daerah hasil dari suatu fungsi. Materi tentang fungsi ini telah dipelajari di SMA dan menjadi prasyarat untuk mempelajari limit dan kekontinuan.

Lemahnya pemahaman materi prasyarat juga dikemukakan oleh Wahyuni (2017) yang menyatakan bahwa sejumlah hasil penelitian menunjukkan permasalahan yang berkaitan dengan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa disebabkan oleh beberapa hal yaitu: 1) lemahnya penguasaan materi prasyarat seperti himpunan, sistem bilangan, sifat-sifat operasi biner, relasi dan fungsi, limit dan turunan fungsi; 2) kurangnya intensitas latihan dalam pembuktian matematis; 3) banyaknya definisi dan teorema yang harus dikuasai sehingga mahasiswa kebingungan dalam menentukan definisi atau teorema mana yang harus digunakan untuk membuktikan suatu permasalahan. Perkuliahan yang berlangsung secara daring melalui zoom juga membuat kesulitan mahasiswa dalam memahami materi perkuliahan.

Berdasarkan hal tersebut, peneliti menerapkan pembelajaran terpusat kepada mahasiswa pada pembelajaran Analisis Real semester Genap TA 2021 di Program Magister Pendidikan Matematika FKIP UNIB. Matakuliah Analisis Real adalah matakuliah wajib yang ditawarkan di Program Magister Pendidikan Matematika FKIP UNIB dengan bobot 3 SKS. Materi Analisis Real di S2 terdiri dari 5 Bab yaitu: Bab 1. Pendahuluan yang terdiri dari: Aljabar Himpunan, Fungsi, dan Induksi Matematika; Bab 2 Bilangan Real; Bab 3 Barisan Bilangan Real; Bab 4 Limit Fungsi; dan Bab 5 Fungsi-Fungsi Kontinu (Bartle, 2000; Jafar, 2012). Matakuliah pendukung utama adalah Kalkulus, Matematika Dasar yang memuat materi Himpunan dan Logika. Matakuliah Analisis Real juga mata kuliah wajib di S1 Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNIB. Secara logika mahasiswa telah memiliki bekal untuk mempelajari atau untuk mengulang kembali materi Analisis Real di Prodi S2 Pendidikan Matematika FKIP UNIB. Kompetensi yang harus dicapai setelah mempelajari mata kuliah ini adalah mahasiswa mampu menganalisis persoalan, menggunakan logika matematika (kompetensi berpikir logis) dalam memecahkan persoalan, yaitu dengan menggunakan definisi / teorema / akibat / lemma yang telah ada. Berikut ini tentang limit menurut analisis real

Defenition. Let $A \subseteq \mathbb{R}$, let $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, and let c be a cluster point of A . We say that a real number L is a limit of f at c if, given any ε -neighborhood $V_\varepsilon(L)$ of L , there exists a δ -neighborhood $V_\delta(c)$ of c such that if $x \neq c$ is any point of $V_\delta(c) \cap A$, then $f(x)$ belongs to $V_\varepsilon(L)$.

Gambar 3. Definisi Limit (Bartle, 2000)

Pada gambar 3 terlihat bahwa betapa rumitnya definisi tentang limit pada materi Analisis Real. Tingkat kesulitannya jauh lebih tinggi dari definisi limit menurut Kalkulus. Penjelasan pada buku juga dilengkapi dengan grafik. Ketika mahasiswa presentasi, untuk yang tidak membuat grafik, maka bersama-sama grafik dibuat di zoom berbantuan geogebra, atau langsung menggunakan pensil yang tersedia di zoom untuk melukis grafik di slide Powerpoint (PPT). Bersama-sama menentukan letak $V_\varepsilon(L)$ dari L dan $V_\delta(c)$ dari c . Untuk memantapkan pemahaman mahasiswa maka diberikan soal latihan di rumah yang harus



dilengkapi dengan grafik pada pemecahan masalahnya. Latihan tersebut pada awal perkuliahan berikutnya dibahas dulu di zoom, baru kemudian dilanjutkan dengan materi minggu tersebut.

Tidak jauh beda dengan pembelajaran Kalkulus Diferensial di S1 Pendidikan matematika yang terpusat pada mahasiswa dan pembelajaran berlangsung di zoom. Kenyataannya untuk mahasiswa S1 hasilnya seperti di atas bahwa hanya 34,7 % yang mampu menjawab soal pada gambar 1 dengan benar. Matakuliah Analisis Real menuntut mahasiswa harus menguasai dengan baik materi prasyarat seperti Kalkulus Diferensial. Tingkat kesulitan Analisis Real lebih tinggi dari Kalkulus, sehingga matakuliah Analisis Real termasuk matakuliah tersulit pada Program Studi Matematika. Hal ini juga diperkuat oleh hasil penelitian Perbowo & Pradipta (2017) yaitu 83% mahasiswa tidak mampu menuliskan pembuktian teorema sama sekali dan hanya 6% mahasiswa yang dapat memberikan bukti secara lengkap dan benar. Selain itu beliau juga mendapatkan data bahwa tidak ada mahasiswa yang mampu memberikan pembuktian bentuk kontraposisif sama sekali, sedangkan hanya 6% mahasiswa yang mampu memberikan bentuk pembuktian kontradiksi. Selain itu, Sumargiyani dkk (2021) juga menjabarkan kesalahan mahasiswa dalam proses penyelesaian masalah yakni kesalahan mahasiswa untuk pemahaman masalah mencapai 55,89%, merencanakan penyelesaian 50,00%, melaksanakan perencanaan 32,36% dan memeriksa kembali proses dan hasil 44,12%.

Berdasarkan hal di atas maka dipandang perlu untuk dilakukan penelitian tentang analisis kemampuan pemecahan masalah mahasiswa dalam menyelesaikan soal limit dan kekontinuan pada perkuliahan Analisis Real berdasarkan tahapan Polya yang terdiri dari: P1 memahami masalah; P2 merencanakan pemecahan masalah; P3 melaksanakan rencana pemecahan masalah; P4 memeriksa kembali.

2. Metode

Metode penelitian yang dilakukan adalah menggunakan penelitian *ex post facto*, yaitu menurut Sugiyono (2011) *ex post facto* merupakan suatu penelitian yang dilakukan untuk meneliti peristiwa yang telah terjadi dan kemudian merunut ke belakang untuk mengetahui faktor-faktor yang dapat menimbulkan kejadian tersebut.

Subjek Penelitian

Subjek penelitian adalah semua mahasiswa Prodi S2 Pendidikan Matematika semester 2 FKIP UNIB TA 2020/2021 yang berjumlah 13 orang.

Jenis Data

Jenis data dalam penelitian ini adalah data kualitatif. Data kualitatif diperoleh melalui lembar tes, dan lembar acuan analisis kemampuan pemecahan masalah tahapan Polya.

Instrumen Penelitian

Untuk mengumpulkan data, maka instrumen yang dibutuhkan pada penelitian ini adalah:

1. Lembar tes tentang Limit dan Kekontinuan fungsi yang berjumlah 5 soal, soal dapat dilihat pada Tabel 2 dibawah.
2. Lembar pedoman analisis kemampuan pemecahan masalah Polya tentang Limit dan Kekontinuan

Teknik Analisa Data

Nilai Kemampuan Pemecahan Masalah (KPM) tiap soal dapat diperoleh dengan rumus:

$$\text{Nilai soal } i = \frac{\text{skor total}}{\text{skor max}} \times 100)$$

Berdasarkan nilai yang diperoleh, kemampuan pemecahan masalah mahasiswa dikualifikasikan menggunakan tabel 1 berikut.

Tabel 1 Kualifikasi Kemampuan Pemecahan Masalah

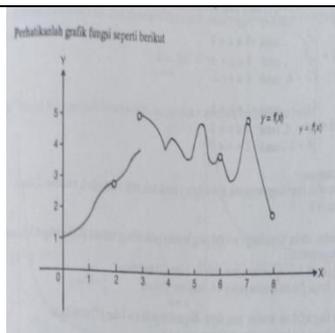
Nilai	Kualifikasi
$80 < x \leq 100$	Sangat Baik
$65 < x \leq 80$	Baik
$55 < x \leq 65$	Cukup
$40 < x \leq 55$	Kurang
$0 < x \leq 40$	Sangat Kurang

Sumber: Adaptasi (Mawaddah dan Anisah, 2015).

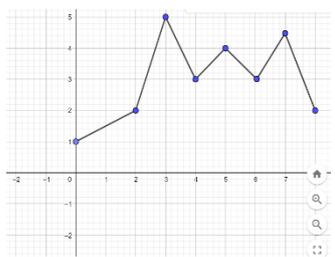
Untuk menganalisis Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa soal Limit dan Kekontinuan digunakan Pedoman seperti Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Pedoman Penskoran Tes Kemampuan Pemecahan Masalah Soal Limit dan Kekontinuan

Nomor dan Soal	Tahapan Polya	Indikator Penyelesaian	Skor
Soal 1 Perhatikanlah gambar 1 dibawah ini, kemudian selidikilah apakah limit ada untuk $x=1, x= 2, x=3, x= 4, x=5, x= 6$ dan $x= 7$?	P ₁ Memahami masalah	Diketahui: Grafik $f(x)$ Ditanya: limit $f(x)$ di titik: $x = 1, x=2, x=3, x=4, x=5, x=6,$ dan $x = 7$	1
	P ₂ Merencanakan penyelesaian	Gunakan teorema limit sepihak untuk mencari limit $f(x)$	1
	P ₃ Melaksanakan rencana	Menghitung limit kiri atau limit kanan untuk titik: $x = 1, x=2, x=3, x=4, x=5, x=6,$ dan $x = 7$ Kemudian	7



Gambar 4. Grafik fungsi $f(x)$

		membandingkan hasilnya. Bila sama, limit ada	
	P4 Memeriksa Kembali	Mahasiswa dianggap memeriksa kembali jawabannya bila tidak ditemukan kesalahan pada jawabannya	1
Soal 2	P1 Memahami masalah	Diketahui: Grafik $f(x)$ Ditanya nilai $f(2)$, $f(6)$, dan $f(7)$ Agar fungsi kontinu	1
Perhatikan kembali Gambar 1, Berapa nilai fungsi $f(x)$ pada $x=2$, $x=6$, dan $x=7$ agar fungsi $f(x)$ kontinu di titik-titik tersebut.	P2 Merencanakan penyelesaian	Menggunakan definisi fungsi kontinu	1
	P3 Melaksanakan rencana	Menggunakan nilai limit $f(x)$ di titik $x=2$, $x=6$, dan $x=7$. Dan menggunakan teorema kekontinuan untuk menentukan nilai fungsi di titik $x=2$, $x=6$, dan $x=7$.	3
	P4 Memeriksa Kembali masalah	Mahasiswa dianggap memeriksa kembali jawabannya bila tidak ditemukan kesalahan pada jawabannya	1
Soal 3	P1 Memahami	Diketahui Grafik $f(x)$ Ditanya apakah $f(x)$ terbatas atau	1
	P2 Merencanakan penyelesaian	Menggunakan teorema keterbatasan untuk menyimpulkan	1
	P3 Melaksanakan rencana	Menggunakan teorema keterbatasan untuk menyimpulkan	3
	P4 Memeriksa Kembali	Mahasiswa dianggap memeriksa kembali jawabannya bila tidak ditemukan kesalahan pada jawabannya	1
Perhatikan gambar 2, Jelaskanlah apakah grafik fungsi $f(x)$ pada gambar 2 merupakan fungsi yang terbatas? Tentukanlah nilai maksimum			

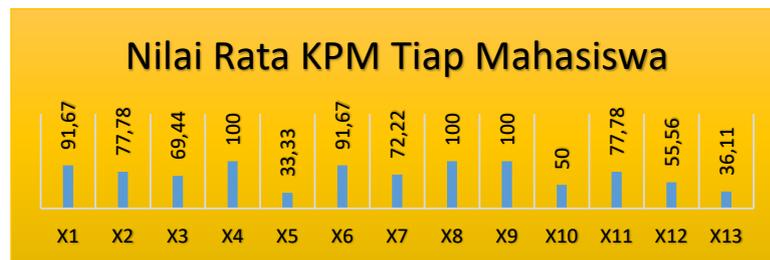
dan nilai minimum dari $f(x)$?
Berikan alasan untuk jawaban saudara.

Soal 4	P1	Diketahui $f(x)$ fungsi bersyarat:	1
Lukislah sketsa grafik fungsi berikut $f(x) = \begin{cases} 2, & \text{untuk } -4 \leq x < -2 \\ x, & \text{untuk } -2 < x \leq 1 \\ 3 - x, & \text{untuk } 1 < x \leq 3 \\ x + 3, & \text{untuk } 3 < x < 6 \end{cases}$	Memahami masalah		
	P2	Menggunakan teorema tentang limit kiri dan limit kanan	1
	Merencanakan penyelesaian		
	P3	Menghitung limit kiri dan limit kanan untuk $x = -2$, $x = 1$, dan $x = 3$	3
Kemudian, selidikilah, apakah fungsi $f(x)$ kontinu di $x = -2$, $x = 1$, dan $x = 3$	P4	Mahasiswa dianggap memeriksa kembali jawabannya bila tidak ditemukan kesalahan pada jawabannya	1
	Memeriksa Kembali		
Soal 5	P1	Diketahui: $f(x)$	1
Jika fungsi $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 4}$, buktikan menggunakan definisi limit bahwa $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 8$	Memahami masalah		
	P2	Gunakan teorema limit menggunakan ε dan δ	1
	Merencanakan penyelesaian		
	P3	Melakukan pembuktian dengan menggunakan teorema limit	5
	P4	Mahasiswa dianggap memeriksa kembali jawabannya bila tidak ditemukan kesalahan pada jawabannya	1
	Memeriksa Kembali		

3. Hasil dan Pembahasan

Hasil

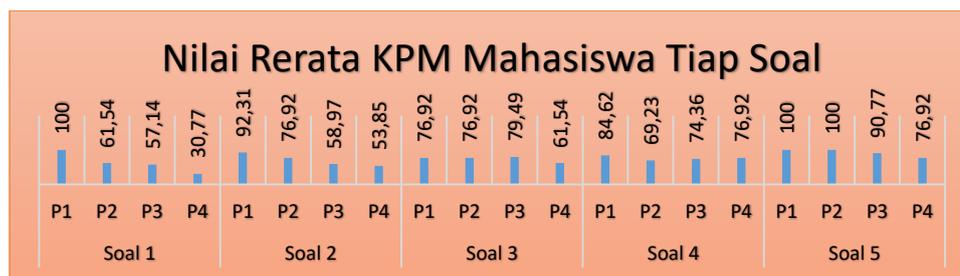
Pada akhir perkuliahan tentang limit dan kekontinuan fungsi, maka dilaksanakan postes. Tes berlangsung secara daring melalui *Zoom*. Soal dibagikan melalui *WhatsApp group*. Jawaban dikirim ke email Dosen. Kemudian jawaban mahasiswa dianalisis menggunakan pedoman penskoran pada tabel 2 di atas. Nilai akhir menggunakan rumus nilai soal ke- i . Hasilnya adalah sebagai gambar 4 berikut ini.



Gambar 6 Nilai Rerata Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa

Berdasarkan gambar 6 diperoleh informasi bahwa: Nilai rata-rata kemampuan pemecahan masalah (KPM) mahasiswa adalah 75.47, dan termasuk kualifikasi baik. Nilai terkecil, 33,33 dan nilai terbesar adalah 100. Ada 4 orang mahasiswa yang memperoleh nilai < 60 . Ada 5 orang mahasiswa yang memperoleh nilai > 90 Ada 6 mahasiswa memperoleh nilai di bawah rata-rata. Ada 7 mahasiswa memperoleh nilai di atas rata-rata.

Bila ditinjau dari kemampuan penyelesaian masalah mahasiswa tiap soal maka diperoleh hasil seperti Gambar 7.



Gambar 7. Nilai Rerata KPM Mahasiswa Tiap Soal

Berdasarkan gambar 7 terlihat bahwa nilai rata-rata KPM mahasiswa yang paling rendah adalah pada soal 1, dimana nilai P1 = 100; P2= 61,54; P3 = 57,11; P4 = 30,77. Nilai rata-ratanya = 62,36. Bila diperhatikan soal no 1 pada tabel 2 dimana soal berupa gambar grafik, ternyata banyak mahasiswa yang kesulitan membuat rencana, kesulitan menerapkan rencana, dan tidak teliti dalam melaksanakan rencana, yang menunjukkan bahwa mahasiswa tidak memeriksa kembali jawabannya. Bila diperhatikan kembali gambar 5, diperoleh nilai rata-rata KPM mahasiswa: soal 2 = 70,51; soal 3 = 76,28; soal 4 adalah 76,28; soal 5 = 91,92. Terlihat bahwa nilai rata-rata KPM mahasiswa yang paling tinggi adalah pada soal no 5. Bila diperhatikan soal no 5 pada tabel 2, walau tampaknya sulit tetapi mahasiswa sudah memiliki KPM dengan kualifikasi sangat baik untuk membuktikan soal tersebut.

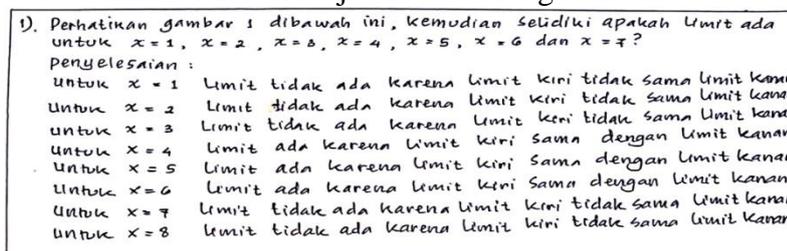
Bila diperhatikan gambar 5, Nilai rata-rata KPM Mahasiswa dari soal 1 sampai soal 5 untuk tiap tahapan adalah: P1= 88,46; P2= 61,54; P3= 60,15; P4 = 60.00. Dapat dikatakan bahwa umumnya (88,46) mahasiswa sudah mampu memahami masalah dan termasuk kualifikasi sangat baik, tetapi baru 61,54 yang

mampu membuat rencana penyelesaian, dan hanya 60,15 yang mampu melaksanakan rencana, hanya 60 yang mampu memeriksa kembali jawabannya dan termasuk kualifikasi cukup.

Pembahasan

Berdasarkan hasil analisis tentang KPM mahasiswa dalam menyelesaikan soal Limit dan Kekontinuan seperti yang terlihat pada grafik gambar 7. Untuk soal nomor 5 yang harus diselesaikan dengan menggunakan epsilon (ϵ) dan delta (δ) mahasiswa terlihat lebih mampu memecahkan masalahnya dengan kualifikasi sangat baik dengan nilai KPM 91,92. Kesalahan terjadi karena kurang teliti dalam mengerjakan jawaban, dan ini menunjukkan bahwa mahasiswa tidak memeriksa kembali jawabannya.

Soal nomor 1 dimana nilai rata-rata KPM mahasiswa menyelesaikan soal 1 = 62.36 dan termasuk kualifikasi cukup. Ini menunjukkan bahwa untuk level S2 yang telah mempelajari materi Analisis Real ketika di S1 dengan membuktikan teorema-teorema, ternyata ketika dihadapkan pada soal yang berhubungan dengan grafik $f(x)$ bersyarat, beberapa mahasiswa tidak mampu memecahkan masalah soal 1 dengan baik. Beberapa orang mahasiswa langsung menjawab dengan menulis jawaban hanya dengan memandang grafik, tanpa melakukan uji limit sepihak. Walau hanya menjawab dari membaca grafik, tetapi tidak teliti membacanya. Ini menunjukkan bahwa kemampuan pemecahan masalah beberapa orang mahasiswa dalam menyelesaikan soal nomor 1 termasuk kualifikasi kurang. Gambar 8 berikut ini adalah contoh jawaban seorang mahasiswa



1). Perhatikan gambar 1 dibawah ini, kemudian selidiki apakah limit ada untuk $x = 1, x = 2, x = 3, x = 4, x = 5, x = 6$ dan $x = 7$?

penyelesaian :

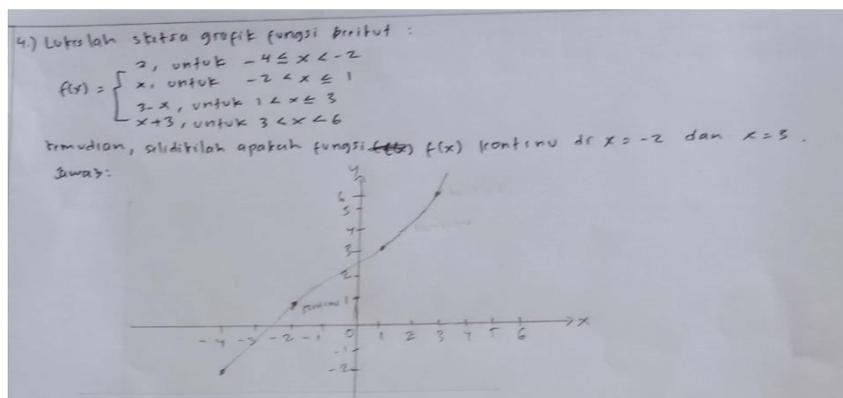
untuk $x = 1$ limit tidak ada karena limit kiri tidak sama limit kanan.
 untuk $x = 2$ limit tidak ada karena limit kiri tidak sama limit kanan.
 untuk $x = 3$ limit tidak ada karena limit kiri tidak sama limit kanan.
 untuk $x = 4$ limit ada karena limit kiri sama dengan limit kanan.
 untuk $x = 5$ limit ada karena limit kiri sama dengan limit kanan.
 untuk $x = 6$ limit ada karena limit kiri sama dengan limit kanan.
 untuk $x = 7$ limit tidak ada karena limit kiri tidak sama limit kanan.
 untuk $x = 8$ limit tidak ada karena limit kiri tidak sama limit kanan.

Gambar 8. Contoh Jawaban Soal 1 yang Salah oleh X3

Bila diperhatikan cara mahasiswa menjawab Soal no 1, terlihat bahwa mahasiswa tahu tentang limit sepihak tetapi tidak digunakannya teorema limit sepihak untuk memecahkan masalah tersebut. Mahasiswa tidak bisa membaca grafik dengan baik, sehingga tidak mampu menjawab dengan benar. Akibatnya untuk soal no 2 yang erat kaitannya dengan soal 1 juga tidak mampu dijawab dengan benar oleh mahasiswa tersebut. Ketika soal serupa dijadikan soal no 3, masih ada mahasiswa yang salah dalam menentukan dimana fungsi terdefinisi pada grafik. Semuanya sudah bisa menentukan dimana nilai maksimum dan nilai minimum berdasarkan teorema. Hal ini sesuai dengan pendapat ahli Moore dalam (Ekawati,D., Jumarniati, 2018) yang mengelompokkan kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematika kedalam tujuh jenis kesulitan, yaitu: (1) mahasiswa tidak dapat menyatakan definisi dengan bahasanya sendiri, (2) intuisi

pemahaman terhadap suatu konsep yang dimiliki mahasiswa masih sedikit, (3) *concept images* untuk mengerjakan pembuktian tidak cukup, (4) mahasiswa tidak dapat dan tidak berkeinginan membuat contoh sendiri, (5) mahasiswa tidak mengetahui bagaimana menggunakan definisi untuk memperoleh struktur pembuktian yang menyeluruh, (6) mahasiswa tidak dapat memahami dan menggunakan bahasa dan notasi matematika, dan (7) mahasiswa tidak mengetahui bagaimana memulai pembuktian.

Permasalahan yang dihadapi mahasiswa tentang grafik, selain tidak mampu membaca dengan benar, ada juga yang tidak bisa melukis sesuai syarat yang diberikan. Gambar 9 berikut ini adalah contoh jawaban yang salah untuk soal no 4.



Gambar 9. Contoh Jawaban Soal 4 yang Salah oleh X7

Terlihat pada Gambar 9 bahwa mahasiswa mengerti di daerah mana fungsi terdefinisi, tetapi tidak pandai melukis nilai dari fungsi untuk masing-masing interval bersyarat $f(x)$. Akibatnya mahasiswa tidak bisa menjawab dengan benar tentang limit sepihak, dan tidak bisa membuktikan menggunakan teorema kekontinuan dimana titik tidak kontinu.

Berdasarkan kesalahan-kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam memecahkan masalah yang berhubungan dengan grafik fungsi dapat disimpulkan bahwa ada mahasiswa belum memahami rencana penyelesaian masalah sepenuhnya, tidak teliti dalam menyelesaikan masalah, sangat lemah dalam membaca grafik, sangat lemah dalam melukis grafik, lebih suka menjawab dengan jawaban singkat, atau tidak menggunakan teorema yang sudah dipelajari. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian (Ekayanti, A. & Nasyiithoh, H.K., 2018) yang menyatakan bahwa mahasiswa cenderung melakukan kesalahan pemahaman, kesalahan transformasi, dan kesalahan keterampilan proses. Untuk soal berupa pembuktian limit seperti soal no 5, semua mahasiswa mampu memecahkan soal tersebut dengan benar. Hal ini sangat memungkinkan terjadi karena banyak soal yang di bahas sebagai Pekerjaan Rumah (PR) dan PR tersebut di bahas di pertemuan berikutnya di *Zoom*.



Kesimpulan tersebut juga didukung oleh hasil penelitian Widiati & Sthephani (2018) yang menyimpulkan bahwa: (1) Mahasiswa mengaku mengalami kesulitan dalam menemukan ide awal dari proses pembuktian; (2) Siswa masih belum memiliki kemampuan berpikir kritis, logis, kreatif, menalar, dan sistematis yang baik; (3) Siswa mudah menyerah, kurang percaya diri, kurang peduli, dan kurang mampu bersosialisasi dengan kelompok teman sebaya yang heterogen; (4) Siswa merasa kesulitan dalam melakukan pembuktian langsung dan tidak langsung dalam menentukan jenis pembuktian yang akan digunakan; (5) Siswa merasakan kesulitan dalam mengungkapkan ide dalam bahasa nonverbal; (6) Tidak ingat/tidak mengerti teorema sebelumnya; (7) Siswa belum memiliki pemahaman yang baik terhadap materi prasyarat; (8) Buktikan bahwa itu akan membuktikan atau mengganti angka-angka ke dalam bukti teorema; (9) Siswa hanya menghafal teorema tanpa memahaminya; (10) Kesulitan dalam menghubungkan definisi dan teorema dengan masalah yang diberikan; (11) Kurangnya buku sumber untuk mendukung proses pembelajaran.

4. Simpulan dan Saran

Simpulan

Hasil penelitian menunjukkan bahwa: nilai rata-rata hasil KPM mahasiswa = 75,47 dan termasuk kualifikasi baik. Nilai KPM mahasiswa tertinggi = 100, nilai KPM mahasiswa terendah = 33,33. Ada 53,4% mahasiswa mempunyai KPM di atas rata-rata. Nilai rata-rata KPM mahasiswa tiap soal adalah: soal 1 = 62,36 dengan kualifikasi cukup, soal 2 = 70,51 dengan kualifikasi baik, soal 3 = 76,28 dengan kualifikasi baik, soal 4 = 76,28 dengan kualifikasi baik, soal 5 = 91,92 dengan kualifikasi sangat baik. Nilai rata-rata KPM tiap tahapan Polya adalah: KPM P1 = 88,46 dengan kualifikasi sangat baik ; KPM P2 = 61,54 dengan kualifikasi cukup; KPM P3 = 60,15 dengan kualifikasi cukup; KPM P4 = 60,00 dengan kualifikasi cukup. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa yang memiliki kemampuan pemecahan masalah limit dan kekontinuan dengan nilai $> 75,47$ lebih banyak dari yang berkemampuan dibawah rata-rata. Secara umum dapat disimpulkan bahwa umumnya mahasiswa memahami soal limit dan kekontinuan dengan kualifikasi sangat baik, tetapi pada tahap merencanakan penyelesaian, tahap melaksanakan penyelesaian, dan tahap memeriksa kembali jawaban soal limit dan kekontinuan termasuk kualifikasi cukup. Kesalahan utama mahasiswa dalam memecahkan masalah adalah mahasiswa memiliki kemampuan membaca grafik yang sangat lemah, memiliki kemampuan melukis grafik yang sangat lemah, dan lebih suka menjawab dengan jawaban singkat dibandingkan dengan menggunakan teorema yang sudah dipelajari. Hal ini diketahui dari banyaknya kesalahan-kesalahan mahasiswa dalam memecahkan masalah yang berhubungan dengan grafik fungsi pada limit dan kekontinuan.

Saran

Para pengajar Kalkulus, Analisis Real atau materi matematika umumnya diharapkan agar menerapkan langkah pemecahan masalah oleh Polya dalam



menyelesaikan soal. Hal ini bertujuan agar sasaran pembelajaran matematika di Perguruan Tinggi dapat tercapai.

Daftar Pustaka

- Bartle, R. G. (2000). *Introductions to Real Analysis* (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Ekawati, D., Jumarniati. (2018) Implementasi *Lesson Study* Pada Mata Kuliah Analisis Real Program Studi Pendidikan Matematika. Guru Tua: Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran e-ISSN : 2623-2340 Vol. 1, No. 1, November 2018, hal. 15-22
- Ekayanti, A. & Nasyiithoh, H.K. (2018). Profile of Students' Errors in Mathematical Proof Process Viewed from. *Tadris: Jurnal Keguruan dan Ilmu Tarbiyah*, 3(2), 155-166. doi: 10.24042/tadris.v3i2.3109
- Hanifah. (2016). Kepraktisan Lembar Kerja Berbasis Model Pembelajaran Kalkulus Berdasarkan Teori APOS. *Prosiding SEMIRATA Bidang MIPA 2016; BKS-PTN Barat, Palembang 22-24 Mei 2016*. ISBN: 978-602-71798-1-3
<http://repository.unib.ac.id/15352/1/KEPRAKTISAN%20LEMBAR%20KERJA%20BERBASIS%20MODEL%20PEMBELAJARAN.pdf>
- Jafar. (2012). *Analisis Real I dan II Sebuah Terjemah dari Sebagian Buku Introductions to Real Analysis* Karangan Robert G. Bartle. Komunitas Studi Al Khwarizmi. Unaaha. <https://123dok.com/document/ydkwnw6q-analisis-real-i-dan-ii.html>
- Mawaddah, S., Anisah, H. (2015). Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Pada Pembelajaran Matematika Dengan Menggunakan Model Pembelajaran Generatif (Generative Learning) Di SMP EDU-MAT Jurnal Pendidikan Matematika, Volume 3, Nomor 2, Oktober 2015, hlm 166 - 175 Siti Mawaddah, Hana Anisah
- Perbowo, K. & Pradipta, K. R. (2017). Pemetaan Kemampuan Pembuktian Matematis Sebagai Prasyarat Mata Kuliah Analisis Real Mahasiswa Pendidikan Matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 02(1), 88.
- Polya, G. (1988). *How to Solve it, A New Aspect of Mathematical Method* (First Princeton Science ed.). Princeton University Press. <http://www.im.ufrj.br/~monica/funcoes/Polya.pdf>
- Purcell dkk. (2010). *Kalkulus Edisi Kesembilan Jilid I*. Jakarta: Erlangga.
- Sugiyono. (2011). *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Sumargiyani dkk. (2021). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Kalkulus. *AlphaMath*, 7(1).
- Wahyuni, M. (2017). ANALISIS PROBLEMATIKA PERKULIAHAN ANALISIS REAL. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(1), 145.
- Widiati, I. & Sthephani, A. (2018). Difficulties analysis of mathematics education students on the. *The 6th South East Asia Design Research International Conference (6th SEA-DR IC)*. Journal of Physics: Conference Series.