

## DINAMIKA SPIN KUANTUM ADIABATIK DIPERCEPAT PADA MODEL LANDAU-ZENER DAN MODEL ISING

Iwan Setiawan<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Program Studi Pendidikan Fisika, Universitas Bengkulu,  
Jalan WR. Supratman Kandang Limun Bengkulu 38371, Indonesia  
[iwansetiawan@unib.ac.id](mailto:iwansetiawan@unib.ac.id)

### ABSTRAK

Penelitian tentang konsep dinamika kuantum adiabatik yang dipercepat pada sistem 2 spin telah dilakukan. Penelitian ini merupakan aplikasi dari konsep fast-forward yang telah diteliti sebelumnya oleh Masuda-Nakamura (e.g., Proc. R. Soc. A 466, 1135 (2010)). Konsep mempercepat ini dilakukan dengan menggunakan kombinasi antara dua ide yang berlawanan yaitu faktor pengali waktu  $\alpha(t)$  yang menuju tak hingga, serta faktor waktu adiabatik  $\epsilon$  yang sangat kecil dan menuju nol dan memenuhi hubungan  $\bar{\alpha} \cdot \epsilon = \text{finite}$  pada limit asimptotik  $\bar{\alpha} \rightarrow \infty, \epsilon \rightarrow 0$ . Dinamika yang dipercepat ini dihasilkan dengan menghitung Hamiltonian penggerak melalui persamaan Schrodinger. Aplikasi pada sistem spin yaitu Model Landau-Zener dan model Ising telah mendapatkan Hamiltonian penggerak yang menjamin dinamika sistem spin tersebut dapat dipercepat secara adiabatik.

**Kata kunci :** Dinamika kuantum adiabatik dipercepat, sistem spin

### ABSTRACT

Research on the concept of accelerated adiabatic quantum dynamics on a 2 spin system has been proposed. This research is an application of the fast-forward concept that was previously examined by Masuda-Nakamura (e.g., Proc. R. Soc. A 466, 1135 (2010)). This accelerating concept is carried out by using a combination of two opposing ideas, namely the time multiplier  $\alpha(t)$  which leads to infinity, and a very small adiabatic time factor  $\epsilon$  and towards zero and satisfies the relationship  $\bar{\alpha} \cdot \epsilon = \text{finite}$  at the asymptotic limit  $\bar{\alpha} \rightarrow \infty, \epsilon \rightarrow 0$ . This accelerated dynamic is generated by calculating the driving Hamiltonian through the Schrodinger equation. Applications on spin systems, namely the Landau-Zener Model and the Ising model, have obtained a Hamiltonian drive that ensures the dynamics of the spin system can be accelerated adiabatically.

**Keywords:** Adiabatic quantum dynamics are accelerated, spin systems

### I. PENDAHULUAN

Waktu yang lebih singkat dalam memproduksi suatu produk (Elektronik, otomotif, tanaman, dll.) menjadi faktor penting dalam nanoteknologi. Jika kita mencoba membuat sejumlah besar struktur nano seperti itu, kita harus mempersingkat dinamika masing-masing atom atau kondensator Bose-Einstein untuk mendapatkan keadaan target yang diinginkan dalam waktu yang lebih singkat. Dalam merancang komputer kuantum, koherensi sistem terdegradasi oleh interaksi mereka dengan lingkungan, dan oleh karena itu percepatan dinamika kuantum adiabatik sangat diinginkan. Teori untuk mempercepat dinamika kuantum (*fast-forward*) diusulkan oleh Masuda dan Nakamura [1] dengan penggunaan fase tambahan dan potensial penggerak. Teori ini bertujuan untuk mempercepat evolusi kuantum yang diketahui dan untuk mendapatkan keadaan target yang diinginkan pada skala waktu yang lebih pendek, dengan mempercepat dinamika kuantum standar. Teori *fast-forward* dapat dikembangkan untuk mempercepat dinamika kuantum adiabatik [2, 3, 4], dan merupakan salah satu metoda yang menjanjikan untuk mempercepat proses kuantum adiabatik (*shortcut to adiabaticity*) [5,

6, 7, 8, 9, 10, 11]. Hubungan antara *fast-forward* dan *shorcut to adiabaticity* saat ini telah jelas dan dapat dipahami [4] (lihat juga [12, 13]). Proses adiabatik terjadi ketika parameter eksternal Hamiltonian berubah secara perlahan. Teorema adiabatik kuantum [14, 15, 16, 17, 18] menyatakan bahwa, jika sistem yang pada awalnya berada dalam keadaan eigen tertentu, maka tetap akan berada dalam keadaan eigen tersebut selama proses adiabatik berlangsung. Meskipun teori *fast-forward* dalam dinamika kuantum adiabatik telah berkembang dengan baik untuk dinamika orbital, penelitian pada sistem spin kuantum masih berada pada tingkat dasar [19]. Skema dinamika kuantum adiabatik dipercepat akan menjadi penting bila jumlah spin tidak tunggal. Dalam tulisan ini akan dibahas skema mempercepat dinamika kuantum adiabatik pada sistem spin yaitu model Landau-Zener dan model Ising.

## II. PEMBAHASAN

### 2.1 DINAMIKA KUANTUM DIPERCEPAT PADA SISTEM SPIN

Jika kita tinjau Hamiltonian pada sistem spin dengan parameter waktu  $R(t)$  dengan waktu  $t$  konstan, kita dapatkan solusi persamaan Schrödinger melalui penyelesaian nilai eigen :

$$H_0(R) \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix} = E(R) \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

dengan  $R(t) = R_0 + \varepsilon t$  merupakan parameter adiabatik dan  $\varepsilon \ll 1$ . Kita asumsikan

$$\Psi_0(R(t)) = \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(R(t)) dt} e^{i\xi(t)}, \quad (2)$$

adalah solusi dari persamaan Schrödinger bergantung waktu.  $\xi$  fase adiabatik [14, 15, 16] yang didefinisikan oleh

$$\begin{aligned} \xi(t) &= i \int_0^t dt' (C_1^* \frac{\partial C_1}{\partial t} + \dots + C_N^* \frac{\partial C_N}{\partial t}) \\ &= i\varepsilon \int_0^t dt' (C_1^* \frac{\partial C_1}{\partial R} + \dots + C_N^* \frac{\partial C_N}{\partial R}). \end{aligned} \quad (3)$$

Dalam hal ini,  $\Psi_0(R(t))$  in Eq.(2) tidak dapat memenuhi persamaan Schrödinger equation bergantung waktu (PSBW). Agar  $\Psi_0(R(t))$  memenuhi PSBW, kita harus meregulasi Hamiltonian menjadi

$$H_0^{reg}(R(t)) = H_0(R(t)) + \varepsilon \tilde{\mathcal{H}}(R(t)). \quad (4)$$

Sehingga PSBW menjadi

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi_0(R(t)) = (H_0 + \varepsilon \tilde{\mathcal{H}}) \Psi_0(R(t)). \quad (5)$$

Substitusikan  $\Psi_0(R(t))$  pada persamaan (2) pada PSBW di atas, kita dapatkan persamaan (1) dalam orde  $O(\varepsilon^0)$

$$H_0 \Psi_0 = E \Psi_0, \quad (6)$$

dan dalam orde of  $O(\varepsilon^1)$

$$\tilde{\mathcal{H}} \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix} = i\hbar \begin{pmatrix} \frac{\partial C_1(R)}{\partial R} \\ \vdots \\ \frac{\partial C_N(R)}{\partial R} \end{pmatrix} - i\hbar (\sum_{j=1}^N C_j^* \frac{\partial C_j}{\partial R}) \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Selanjutnya  $\tilde{\mathcal{H}}$  kita sebut sebagai suku regularisasi [2].

Keadaan dipercepat didefinisikan sebagai

$$\Psi_{FF}(t) = \begin{pmatrix} C_1(R(\Lambda(t))) \\ \vdots \\ C_N(R(\Lambda(t))) \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E((R(\Lambda(t')))) dt'} e^{i\xi((R(\Lambda(t))))} \quad (8)$$

dengan  $\Lambda(t)$  didefinisikan oleh

$$\Lambda(t) = \int_0^t \varepsilon \alpha(t') dt', \quad (9)$$

Dalam hal ini  $\alpha(t)$  merupakan faktor pengali waktu yaitu  $\alpha(0) = 1$ ,  $\alpha(t) > 1 (0 < t < T_{FF})$  dan  $\alpha(t) = 1 (t \geq T_{FF})$ . Kita tinjau dinamika dipercepat dengan variabel waktu yang baru yang menghasilkan keadaan target yang diinginkan  $\Psi_0(T)$  dalam waktu yang lebih pendek  $T_{FF}$  yang didefinisikan sebagai

$$T = \int_0^{T_{FF}} \alpha(t) dt. \quad (10)$$

Ungkapan eksplisit untuk  $\alpha(t)$  dalam rentang dipercepat ( $0 \leq t \leq T_{FF}$ ) adalah [2] :

$$\alpha(t) = \bar{\alpha} - (\bar{\alpha} - 1) \cos\left(\frac{2\pi}{T_{FF}} t\right), \quad (11)$$

dengan  $\bar{\alpha}$  nilai rerata  $\alpha(t)$  dan diberikan oleh  $\bar{\alpha} = T/T_{FF}$ . Melalui turunan terhadap waktu dari  $\Psi_{FF}$  pada persamaan (8), dan menggunakan hubungan

$$\frac{\partial \Psi_0(R(\Lambda(t)))}{\partial t} = \alpha \varepsilon \frac{\partial \Psi_0}{\partial R} \quad (12)$$

bersama dengan persamaan (1) dan (7), kita dapatkan

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \Psi_{FF}}{\partial t} &= (v(t) \tilde{\mathcal{H}}(R(\Lambda(t))) + H_0(R(\Lambda(t)))) \Psi_{FF} \\ &\equiv H_{FF} \Psi_{FF}. \end{aligned} \quad (13)$$

melalui limit asimptotik:

$$\begin{aligned} v(t) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0, \alpha \rightarrow \infty} \varepsilon \alpha(t) \\ &= \bar{v} \left( 1 - \cos \frac{2\pi}{T_{FF}} t \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Sehingga

$$\Lambda(t) = \int_0^t v(t') dt' = \bar{v} \left( t - \frac{T_{FF}}{2\pi} \sin \left( \frac{2\pi t}{T_{FF}} \right) \right). \quad (15)$$

$H_{FF}$  merupakan Hamiltonian penggerak dan  $\tilde{\mathcal{H}}$  suku regulasi yang didapatkan melalui persamaan (7) sebagai penjamin skema dipercepat pada sistem spin.

## 2.2 MODEL LANDAU ZENER

Sekarang kita menginvestigasi skema spin tunggal dan menunjukkan dinamika adiabatik dipercepat pada model Landau-Zener (LZ) [21, 22]. Kita tinjau medan magnet :

$$B(t) = \begin{pmatrix} \Delta \\ 0 \\ R(t) \end{pmatrix}, \quad (16)$$

dengan  $\Delta$  konstan. Hamiltonian didefinisikan sebagai

$$H(R(t)) = \frac{1}{2} \sigma \cdot B = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} R(t) & \Delta \\ \Delta & -R(t) \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Nilai eigen  $\lambda_{\pm} = \pm \frac{\sqrt{R^2 + \Delta^2}}{2}$ . Keadaan eigen;

$$\Psi_0^{\pm} = \begin{pmatrix} C_1^{\pm} \\ C_2^{\pm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Delta/s_{\pm} \\ \frac{R - \sqrt{R^2 + \Delta^2}}{s_{\pm}} \end{pmatrix}, \quad (18)$$

dengan

$$s_{\pm} \equiv [2\sqrt{R^2 + \Delta^2}(\sqrt{R^2 + \Delta^2} \pm R)]^{1/2}. \quad (19)$$

Kita pilih salah satu keadaan  $\lambda_+$  and  $\Psi_0^+$ , serta  $R = R_0 + \varepsilon t$ . Keadaan yang berevolusi secara adiabatik dituliskan sebagai :

$$\Psi_0(t) = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta}{s_+} \\ \frac{R-\sqrt{R^2+\Delta^2}}{s_+} \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t \frac{\sqrt{R^2+\Delta^2}}{2} dt'} e^{\xi(t)}. \quad (20)$$

dengan  $\tilde{\mathcal{H}}_{ij}$  traceless ( $\tilde{\mathcal{H}}_{11} = -\tilde{\mathcal{H}}_{22}$ ) dan Hermitian ( $\tilde{\mathcal{H}}_{21}^* = \tilde{\mathcal{H}}_{12}$ ), Persamaan (7) merupakan persamaan aljabar linier rank = 2 dengan dua variabel yang tidak diketahui ( $\tilde{\mathcal{H}}_{11}$  dan  $\tilde{\mathcal{H}}_{12}$ ). Dengan menggunakan

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_1}{\partial R} &= -\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\Delta}{Q^{5/2}} (Q - R)^{\frac{1}{2}} \\ \frac{\partial C_2}{\partial R} &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{(Q-R)^{\frac{1}{2}}(Q+R)}{Q^{5/2}}, \end{aligned} \quad (21)$$

Kita dapat menyelesaikan persamaan (7) untuk  $\tilde{\mathcal{H}}$  :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{H}}_{11} &= 0 \\ \tilde{\mathcal{H}}_{12} &= i \frac{\hbar}{2} \frac{\Delta}{Q^2} \\ \xi(t) &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

dengan

$$Q \equiv \sqrt{R^2 + \Delta^2}. \quad (23)$$

Hamiltonian dipercepat dituliskan sebagai

$$H_{FF} = \begin{pmatrix} \frac{R(\Lambda(t))}{2} & \frac{\Delta}{2} + v(t)i \frac{\hbar}{2} \frac{\Delta}{Q^2} \\ \frac{\Delta}{2} - v(t)i \frac{\hbar}{2} \frac{\Delta}{Q^2} & -\frac{R(\Lambda(t))}{2} \end{pmatrix}. \quad (24)$$

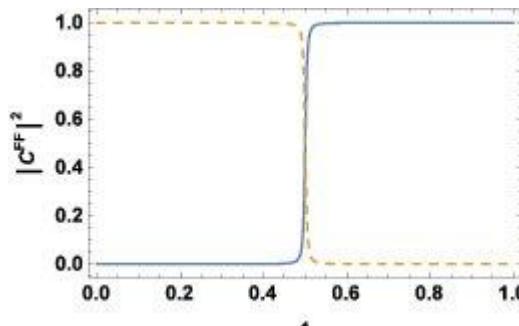
Keadaan yang dipercepat didapatkan melalui persamaan (8)

$$\begin{aligned} \Psi_{FF} &= \begin{pmatrix} C_1^+(\Lambda(t)) \\ C_2^+(\Lambda(t)) \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t \frac{\sqrt{R(\Lambda(t'))^2 + \Delta^2}}{2} dt'} \\ &= \begin{pmatrix} C_1^{FF} \\ C_2^{FF} \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t \frac{\sqrt{R(\Lambda(t'))^2 + \Delta^2}}{2} dt'}. \end{aligned} \quad (25)$$

Medan magnet penggerak dituliskan sebagai

$$B_{FF}(t) = \begin{pmatrix} \Delta \\ -v(t)\hbar \frac{\Delta}{R(\Lambda(t))^2 + \Delta^2} \\ R(\Lambda(t)) \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Dinamika spin yang digerakkan oleh  $\vec{B}_{FF}$  ditunjukkan pada Gambar.1 selama proses dipercepat. Dengan parameter  $\bar{v} = 100$ ,  $T_F = 1$ ,  $R_0 = -50$  and  $\Delta = 1$ .

Gambar 1:  $|C_1^{FF}|^2$  dan  $|C_2^{FF}|^2$  (garis putus-putus)

### 2.3 SISTEM DUA SPIN

Dalam sistem dua spin. Kita asumsikan suku regularisasi (yang dapat dimplementasikan pada eksperimen) ( $\tilde{\mathcal{H}}$ ) pada persamaan (7),  $\tilde{J}_1 = \tilde{J}_1(\varepsilon t)$ ,  $\tilde{J}_2 = \tilde{J}_2(\varepsilon t)$ ,  $\tilde{J}_3 = \tilde{J}_3(\varepsilon t)$ ,  $\tilde{W}_1 = \tilde{W}_1(\varepsilon t)$ ,  $\tilde{W}_2 = \tilde{W}_2(\varepsilon t)$ ,  $\tilde{W}_3 = \tilde{W}_3(\varepsilon t)$ , dan medan magnet  $\tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{B}}(\varepsilon t)$ . Kandidat Hamiltonian yang diregularisasi  $\tilde{\mathcal{H}}$  menjadi :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{H}} = & \tilde{J}_1 \sigma_1^x \sigma_2^x + \tilde{J}_2 \sigma_1^y \sigma_2^y + \tilde{J}_3 \sigma_1^z \sigma_2^z + \tilde{W}_1 (\sigma_1^x \sigma_2^y + \sigma_1^y \sigma_2^x) + \tilde{W}_2 (\sigma_1^y \sigma_2^z + \sigma_1^z \sigma_2^y) + \tilde{W}_3 (\sigma_1^z \sigma_2^x \\ & + \sigma_1^x \sigma_2^z) \\ & + \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) \cdot \tilde{\mathbf{B}}, \end{aligned} \quad (27)$$

dengan  $\sigma_1^{x,y,z}$  dan  $\sigma_2^{x,y,z}$  merupakan matriks Pauli untuk dua spin. Melalui basis:  $\uparrow\uparrow$ ,  $\uparrow\downarrow$ ,  $\downarrow\uparrow$ , dan  $\downarrow\downarrow$ , didapatkan

$$\tilde{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} \tilde{J}_3 + \tilde{B}_z & \tilde{Z} - i\tilde{W}_2 + \tilde{W}_3 & \tilde{Z} - i\tilde{W}_2 + \tilde{W}_3 & \tilde{J}_1 - \tilde{J}_2 - i2\tilde{W}_1 \\ \tilde{Z}^* + i\tilde{W}_2 + \tilde{W}_3 & -\tilde{J}_3 & \tilde{J}_1 + \tilde{J}_2 & \tilde{Z} + i\tilde{W}_2 - \tilde{W}_3 \\ \tilde{Z}^* + i\tilde{W}_2 + \tilde{W}_3 & \tilde{J}_1 + \tilde{J}_2 & -\tilde{J}_3 & \tilde{Z} + i\tilde{W}_2 - \tilde{W}_3 \\ \tilde{J}_1 - \tilde{J}_2 + i2\tilde{W}_1 & \tilde{Z}^* - i\tilde{W}_2 - \tilde{W}_3 & \tilde{Z}^* - i\tilde{W}_2 - \tilde{W}_3 & \tilde{J}_3 - \tilde{B}_z \end{pmatrix}, \quad (28)$$

dengan  $\tilde{Z} = \frac{1}{2}(\tilde{B}_x - i\tilde{B}_y)$ . Pada sistem 2 spin ini, diinvestigasi suatu model interaksi dua spin yaitu model Ising.

### 2.4 MODEL ISING

Model ini diajukan oleh Molmer,dkk [20]. Hamiltonian pada model ini dituliskan sebagai

$$H_0 = J \sigma_1^z \sigma_2^z + \frac{1}{2} (\sigma_1^x \sigma_2^x) B_x \quad (29)$$

$$\begin{pmatrix} J & \frac{B_x}{2} & \frac{B_x}{2} & 0 \\ \frac{B_x}{2} & -J & 0 & \frac{B_x}{2} \\ \frac{B_x}{2} & 0 & -J & \frac{B_x}{2} \\ 0 & \frac{B_x}{2} & \frac{B_x}{2} & J \end{pmatrix} \quad (30)$$

dengan nilai eigen :  $(-J, J, -\sqrt{J^2 + B_x^2}, \sqrt{J^2 + B_x^2})$ , serta vektor eigen ternormalisasi

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{B_x}{2\sqrt{B_x^2+J^2+J\sqrt{B_x^2+J^2}}} \\ -\frac{\sqrt{B_x^2+J^2}+J}{2\sqrt{B_x^2+J^2+J\sqrt{B_x^2+J^2}}} \\ -\frac{\sqrt{B_x^2+J^2}+J}{2\sqrt{B_x^2+J^2+J\sqrt{B_x^2+J^2}}} \\ \frac{B_x}{2\sqrt{B_x^2+J^2+J\sqrt{B_x^2+J^2}}} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{B_x}{2\sqrt{B_x^2+J^2-J\sqrt{B_x^2+J^2}}} \\ -\frac{\sqrt{B_x^2+J^2}-J}{2\sqrt{B_x^2+J^2-J\sqrt{B_x^2+J^2}}} \\ -\frac{\sqrt{B_x^2+J^2}-J}{2\sqrt{B_x^2+J^2-J\sqrt{B_x^2+J^2}}} \\ \frac{B_x}{2\sqrt{B_x^2+J^2-J\sqrt{B_x^2+J^2}}} \end{pmatrix}$$

Persamaan (7) dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial C_4}{\partial R} &= (\tilde{\mathcal{H}}_{11} + \tilde{\mathcal{H}}_{14})C_4 + (\tilde{\mathcal{H}}_{12} + \tilde{\mathcal{H}}_{13})C_2 \\ i\hbar \frac{\partial C_2}{\partial R} &= (\tilde{\mathcal{H}}_{21} + \tilde{\mathcal{H}}_{24})C_4 + (\tilde{\mathcal{H}}_{22} + \tilde{\mathcal{H}}_{23})C_2 \\ i\hbar \frac{\partial C_2}{\partial R} &= (\tilde{\mathcal{H}}_{31} + \tilde{\mathcal{H}}_{34})C_4 + ((\tilde{\mathcal{H}}_{32} + \tilde{\mathcal{H}}_{33})C_2 \\ i\hbar \frac{\partial C_4}{\partial R} &= (\tilde{\mathcal{H}}_{41} + \tilde{\mathcal{H}}_{44})C_4 + (\tilde{\mathcal{H}}_{42} + \tilde{\mathcal{H}}_{43})C_2 \end{aligned} \quad (31)$$

dengan  $C_1 = C_4$ ,  $C_2 = C_3$ , dan  $C_1, C_2, C_3, C_4$  merupakan suku real. Melalui persamaan (28), didapatkan suku regularisasi;

$$\tilde{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} 0 & -i\tilde{W}_2 & -i\tilde{W}_2 & 0 \\ i\tilde{W}_2 & 0 & 0 & i\tilde{W}_2 \\ i\tilde{W}_2 & 0 & 0 & i\tilde{W}_2 \\ 0 & -i\tilde{W}_2 & -i\tilde{W}_2 & 0 \end{pmatrix} \quad (32)$$

Matriks ini berkesesuaian dengan  $\tilde{\mathcal{H}} = \tilde{W}_2(\sigma_1^y\sigma_2^z + \sigma_1^z\sigma_2^y)$ , dengan  $\tilde{J}_1 = \tilde{J}_2 = \tilde{J}_3 = \tilde{W}_1 = \tilde{W}_3 = \tilde{B}_x = \tilde{B}_y = \tilde{B}_z = 0$ , dengan

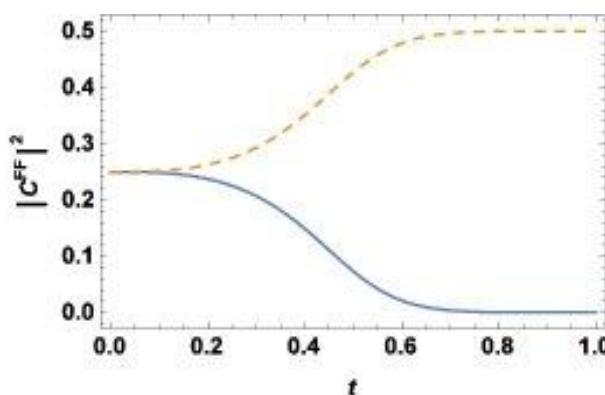
$$\tilde{W}_2 = \frac{J\dot{B}_x - B_x J}{4(B_x^2 + J^2)} \quad (33)$$

dan Hamiltonian dipercepat

$$H_{FF} = J\sigma_1^z\sigma_2^z + \frac{1}{2}(\sigma_1^x\sigma_2^x)B_x + \nu(t)\tilde{W}_2 \quad (34)$$

dengan parameter  $J = \Lambda(t)$ ,  $B_x = R(\Lambda(t))$ ,  $\bar{\nu} = 1.38$ ,  $T = 1$ ,  $R_0 = -1.38$ ,  $R = 2\nu\left(\frac{t}{2} - \frac{T\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)}{4\pi}\right)$ ,

didapatkan



Gambar 2:  $|C_4^{FF}|^2$  dan  $|C_2^{FF}|^2$  (garis putus-putus)

### III. KESIMPULAN

Skema dinamika kuantum adiabatik yang diajukan oleh Masuda-Nakamura yang diterapkan pada sistem spin telah diperoleh. Kombinasi gagasan berlawanan dari faktor pengali waktu yang menuju tak hingga dan parameter adiabatik yang sangat kecil dan menuju nol telah menghasilkan suku regularisasi serta Hamiltonian penggerak yang menjamin dinamika adiabatik dipercepat pada sistem spin sehingga kita dapat memperoleh keadaan adiabatik dalam waktu singkat. Penyelidikan pada sistem spin: model Landau-Zener dan model Ising juga telah menghasilkan suku regularisasi dan Hamiltonian penggerak yang menjamin dinamika dipercepat pada sistem spin tersebut.

### UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih pada Kemenristekdikti dan FKIP Universitas Bengkulu.

### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Masuda S and Nakamura K, Fast-forward problem in quantum mechanics Phys. Rev. **A 78**, 062108 (2008)
- [2] Masuda S and Nakamura K, Fast-forward of adiabatic dynamics in quantum mechanics Proc. R. Soc. **A 466**, 1135-1154 (2010)
- [3] Masuda S and Nakamura K, Fast-forward of quantum dynamics in electromagnetic field Phys. Rev. **A 84**, 043434 (2011)
- [4] Nakamura K, Khujakulov A, Avazbaev S, and Masuda S, Phys. Rev. **A 95**, 062108 (2017)
- [5] Demirplak M, and Rice S.A, 2003 J. Phys. Chem. **A 89**, 9937.
- [6] Demirplak M and Rice S. A, 2005 J. Phys. Chem. **B 109**, 6838
- [7] Berry M. V., 2009 J. Phys. **A 42**, 365303.
- [8] Lewis H. R and Riesenfeld W. B, 1969 J. Math. Phys. **A 10**, 1458.
- [9] Chen X, Ruschhaupt A, del Campo A, GuLery-Odelin A, and Muga J. G, 2010 Phys. Rev. Lett **104**, 063002.
- [10] Torrontegui E, Ibanez M, Martinez-Garaot M, Modugmo M, del Campo A, Guery-Odelin D, Ruschhaupt A, Chen X, and Muga J. G, 2013 Adv. At. Mol. Opt. Phys. **62**, 117
- [11] Masuda S, Nakamura K, and del Campo A, 2014 Phys. Rev. Lett. **113**, 063003.
- [12] Torrontegui E, Martinez-Garaot M, Ruschhaupt A, and Muga J. G, 2012 Phys. Rev. **A 86**, 013601.
- [13] Takahashi K, 2014 Phys. Rev. **A 89**, 042113.
- [14] Kato T, 1950 J. Phys. Soc. Jpn. **5**, 435.
- [15] Messiah A, (1962) Quantum Mechanics 2. North-Holland, Amsterdam.

- 
- [16] Berry, M. V, (1984) Proc. R. Soc. London **392**, 45.
  - [17] Aharonov Y, and Anandan J, 1987 Phys. Rev. Lett **58**, 1593.
  - [18] Berry M. V, (1990) Proc. R. Soc. London Ser. **A 430**, 405.
  - [19] Masuda S, Nakamura K, 2010 Arxiv : 1004.4108
  - [20] Opatrn'y T., Mølmer K., Partial suppression of nonadiabatic transitions. *New Journal of Physics*. 2014. **16**. 015025
  - [21] Landau L.D, 1932 Phys. Sov. Union **2**, 46.
  - [22] Zener C, 1932 Proc. R. Soc. **A 137**, 696.