

## Pemodelan Gerak Menggelinding Pada Lintasan Roller Coaster Sederhana

Mirda Prisma Wijayanto<sup>1\*</sup>, Aji Saputra<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Program Studi Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jendral Soedirman, Jl. Dr. Soeparno no. 61 Purwokerto, Indonesia, 53122.

<sup>2</sup> Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Khairun, Jl. Bandara Baabullah, Kota Temate, Indonesia, 97723.

### ARTICLE INFO

Riwayat Artikel:

Draft diterima: 28 September 2024

Revisi diterima: 23 Oktober 2024

Diterima: 24 Oktober 2024

Tersedia Online: 30 Oktober 2024

Corresponding author:

[mirda.wijayanto@unsoed.ac.id](mailto:mirda.wijayanto@unsoed.ac.id)

### ABSTRAK

Roller coaster merupakan salah satu jenis wahana permainan berupa kereta yang digerakkan dengan kecepatan tinggi pada lintasan berkelok-kelok dan memiliki ketinggian yang berbeda di atas permukaan tanah. Salah satu masalah yang sering dialami oleh roller coaster adalah terjadi kecelakaan dengan terlemparnya kereta dari lintasan ketika meluncur dengan kecepatan tinggi, seperti yang terjadi pada 14 April 2024 di Taman Kyai Langgeng Eco Park. Pada penelitian ini, kami mempelajari pemodelan gerak menggelinding pada lintasan roller coaster sederhana yang dimodelkan sebagai tiga lintasan setengah lingkaran dengan jari-jari  $2R$ ,  $R$ , dan  $R$  yang terhubung satu sama lain. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan syarat ketinggian awal lintasan agar kereta tidak terlempar setelah melewati ujung lintasan, menghitung total waktu yang dibutuhkan untuk berhenti, dan mensimulasikan fungsi posisi dan energi mekanik sistem roller coaster terhadap waktu. Berdasarkan hasil perhitungan didapatkan bahwa syarat ketinggian awal lintasan agar kereta yang dimodelkan sebagai bola pejal tidak terlempar setelah melewati ujung lintasan adalah  $h_0 < R \left[ \frac{7}{10} + 2(1 + 2\mu) \right]$ , dan waktu total yang diperlukan bola hingga berhenti adalah  $t_{total} = \sqrt{\frac{7}{10g}} \left[ \frac{1}{\sqrt{h_0 - 2\mu R}} + \frac{1}{(\sqrt{h_0 - 2R(1+2\mu)} - \sqrt{h_0 - 2\mu R})} \right] 2R + t_{osilasi}$ . Berdasarkan hasil simulasi grafik energi mekanik terhadap waktu, didapatkan bahwa peristiwa dinamika gerak menggelinding bola pejal pada lintasan roller coaster sederhana memenuhi hukum kekekalan energi.

Kata kunci: pemodelan, gerak menggelinding, roller coaster.

### ABSTRACT

A roller coaster is a type of train ride that travels at high speeds on a special rail track with a winding track and reaches different heights above the ground. One of the problems that often occurs with roller coasters is the accident of the train being thrown off the track when it descends at high speed from a certain height, as happened on April 14, 2024, at Kyai Langgeng Eco Park. In this research, we study the modeling of rolling motion on a simple roller coaster track modeled as three half-circle tracks with radii of  $2R$ ,  $R$ , and  $R$  connected to each other. This research aims to determine the initial height requirement of the track so that the train is not thrown after passing the end of the track, calculate the total time required to stop, and simulate the position function and mechanical energy of the roller coaster system versus time. Based on the calculations, we obtain the initial height requirement of the track for the train, modeled as a solid sphere not to be thrown off after passing the end of the track satisfies  $h_0 < R \left[ \frac{7}{10} + 2(1 + 2\mu) \right]$ , and the total time required for the ball to stop satisfies  $t_{total} = \sqrt{\frac{7}{10g}} \left[ \frac{1}{\sqrt{h_0 - 2\mu R}} + \frac{1}{(\sqrt{h_0 - 2R(1+2\mu)} - \sqrt{h_0 - 2\mu R})} \right] 2R + t_{oscillation}$ . Based on the mechanical energy simulation, we obtain that when the dynamics of the rolling motion of a solid sphere on a simple roller coaster track fulfills the law of conservation energy.

Keywords: modeling, rolling motion, roller coaster.

## 1. PENDAHULUAN

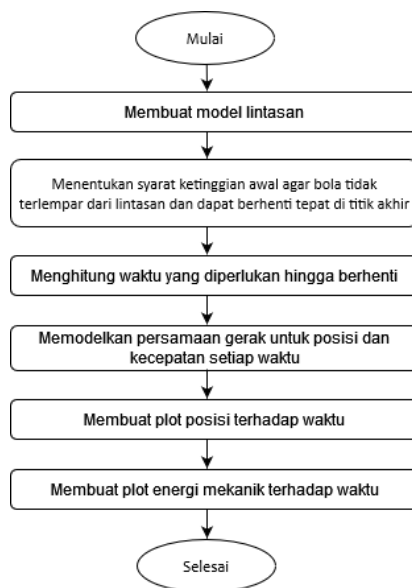
Roller coaster merupakan istilah untuk mendefinisikan jenis wahana permainan berupa kereta yang bergerak di atas rel khusus dengan kecepatan tinggi pada jalur yang berkelok serta memiliki variasi ketinggian dari permukaan tanah. Salah satu masalah yang dialami roller coaster adalah kecelakaan yang menyebabkan terlemparnya kereta dari lintasan ketika meluncur dengan kecepatan tinggi dari ketinggian tertentu, seperti pada kasus kecelakaan wahana roller coaster di dalam obyek wisata Taman Kyai Langgeng Eco Park, Magelang, Jawa Tengah pada 14 April 2024 yang lalu [1]. Kejadian tersebut tentu saja menjadi indikasi bahwa keselamatan kerja dalam wahana permainan roller coaster merupakan masalah penting yang harus diantisipasi dan perlu dilakukan kajian ilmiah lebih lanjut agar kejadian kecelakaan wahana baik roller coaster maupun wahana permainan lainnya tidak terulang kembali.

Dalam implementasinya, sistem kerja roller coaster memanfaatkan konsep fisika diantaranya konsep mekanika Newton, hukum kekekalan energi, dan lain sebagainya. Berbagai penelitian terkait sistem kerja roller coaster telah dilakukan dengan meninjau berbagai parameter diantaranya analisis desain dan struktur geometri lintasan roller coaster [2, 3, 4, 5], analisis pengaruh vibrasi terhadap gerak roller coaster [6, 7], serta pemodelan simulasi numerik dinamika roller coaster sehingga roller coaster dapat melaju dengan aman [8]. Penelitian lainnya terkait lintasan roller coaster juga telah dilakukan seperti analisis konsep mekanika roller coaster pada lintasan loop the loop yang berbentuk clothoid [9], dan lintasan berbentuk rel dengan gaya normal yang konstan [10]. Singh dan Srivatsan [11] juga mengkaji konsep fisika pada roller coaster terkait fungsi dan efek clothoid loop-the-loops beserta pemanfaatan hambatan aerodinamis. Berikutnya kajian roller coaster dalam bidang pendidikan juga telah dilakukan diantaranya kemampuan siswa untuk menganalisis gaya dalam putaran roller coaster [12], pemahaman siswa terhadap gerak dalam putaran roller coaster vertical [13], pemahaman konsep kinematika gerak roller coaster dengan menggunakan tracker melalui pendekatan multi modus representatif [14], menggunakan media pembelajaran Mini Roller Coaster (Miroco) untuk menghitung percepatan serta menganalisis energi mekanik sistem roller coaster [15].

Sebagai pengembangan, dalam penelitian ini akan dilakukan pemodelan secara analitik untuk mengkaji sistem kerja roller coaster. Roda kereta wahana dimodelkan sebagai sebuah bola pejal yang bergerak secara menggelinding pada lintasan roller coaster. Dalam analisisnya, gerak menggelinding memadukan konsep gerak translasi dan gerak rotasi. Gerak translasi dapat didefinisikan sebagai perpindahan atau perubahan posisi linear suatu benda dalam selang waktu tertentu. Gerak translasi dapat berupa gerak dengan kecepatan konstan maupun kecepatan yang berubah-ubah terhadap waktu. Sedangkan gerak rotasi dapat didefinisikan sebagai perubahan posisi sudut suatu benda di sekitar sumbu tertentu. Lintasan roller coaster secara sederhana dapat dimodelkan sebagai tiga lintasan setengah lingkaran dengan jari-jari berbeda yang terhubung satu sama lain, dengan lintasan pertama berjari-jari  $2R$  sedangkan lintasan kedua dan ketiga berjari-jari  $R$ . Kebaruan penelitian meliputi pehitungan syarat ketinggian awal lintasan agar bola tidak terlempar setelah melewati ujung lintasan, perhitungan waktu total yang diperlukan bola hingga berhenti, serta simulasi fungsi posisi dan energi mekanik sistem roller coaster terhadap waktu.

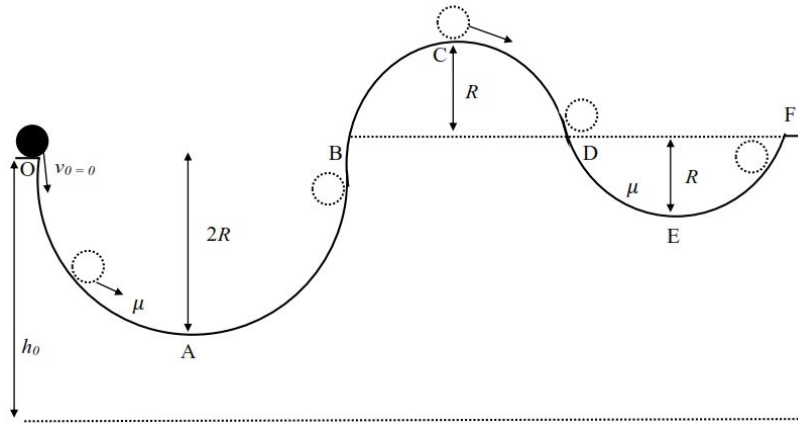
## 2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian fisika teoritis dan komputasi di bidang mekanika klasik. Diagram alir yang digunakan dalam penelitian ini ditunjukkan oleh gambar 1.



Gambar 1. Diagram alir penelitian

Skema gerak bola dapat diuraikan sebagai berikut. Secara sederhana, lintasan roller coaster dapat dimodelkan sebagai tiga lintasan setengah lingkaran dengan jari-jari berbeda yang terhubung satu sama lain, dengan lintasan pertama berjari-jari  $2R$  sedangkan lintasan kedua dan ketiga berjari-jari  $R$ . Model lintasan roller coaster sederhana ditunjukkan oleh gambar 2.



Gambar 2. Model lintasan roller coaster sederhana

Sistem roller coaster dapat dimodelkan dengan sebuah bola pejal dengan massa  $m$ , jari - jari  $r$ , dan momen inersia  $I = \frac{2}{5}mr^2$ , yang berada pada puncak salah satu lintasan dengan jari - jari  $2R$  tertentu dengan ketinggian awal  $h_0$ . Diasumsikan bahwa lintasan memiliki koefisien gesekan  $\mu$  yang menyebabkan bola bergerak dengan cara menggelinding. Sebagai langkah pertama dalam penelitian ini adalah menghitung syarat ketinggian awal minimal supaya bola tidak terlepas dari lintasan setelah melewati ujung lintasan lainnya. Sebagai batasan masalah diasumsikan bahwa setelah bola turun melewati lintasan pertama bola meluncur pada lintasan kedua dengan jari - jari  $R$  dan kemudian berosilasi dan berhenti setelah menempuh waktu  $t$  akibat redaman gaya gesek. Selanjutnya, dilakukan perhitungan terhadap waktu yang diperlukan bola mulai diluncurkan dari ketinggian awal  $h_0$  hingga bola berhenti. Terakhir hasil perhitungan secara analitik divisualisasikan secara numerik dengan menggunakan program Python untuk membuat plot grafik fungsi posisi dan energi mekanik terhadap waktu.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### Syarat Ketinggian Awal

Dalam wahana permainan roller coaster, ketinggian awal wahana sangat penting dipertimbangkan agar wahana tidak keluar lintasan ketika meluncur. Pada pembahasan pertama akan diuraikan analisis untuk menghitung syarat ketinggian awal  $h_0$  agar bola tidak terlempar dari lintasan dan dapat berhenti tepat di titik E setelah berosilasi di lintasan D-E-F. Untuk itu, dapat ditinjau komponen gerak pada masing-masing segmen lintasan sebagai berikut:

#### 1. Lintasan O-A

Sebagai langkah pertama adalah menentukan kecepatan bola di titik A. Diasumsikan bahwa pada saat  $t = 0$ , tidak ada gaya luar yang bekerja pada bola sehingga  $W_{input} = EK_{t(O)} = EK_{r(O)} = 0$ . Selanjutnya,  $W_{output}$  dapat didefinisikan sebagai usaha negatif oleh gaya gesek yang secara fisis menunjukkan bahwa gaya gesek mengurangi energi gerak benda. Lebih lanjut, diasumsikan bahwa titik A merupakan dasar lintasan sehingga ketika berada di titik A, nilai energi potensial benda bernilai nol. Selanjutnya, dengan menggunakan hukum kekekalan energi dapat diperoleh:

$$\begin{aligned}
 EM_{awal} &= EM_{akhir} \\
 W_{input} + EP_{(O)} + EK_{t(O)} + EK_{r(O)} &= EP_{(A)} + EK_{t(A)} + EK_{r(A)} + W_{output} \\
 0 + mgh_0 + 0 &= 0 + \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\omega_A^2 - \int_{x_1}^{x_2} F_{gesek} dx \\
 mgh_0 &= \frac{7}{10}mv_A^2 - \int_{x_1}^{x_2} F_{gesek} dx.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Komponen gaya yang bekerja pada sumbu-y dapat dituliskan sebagai berikut:

$$N = mg. \tag{2}$$

Berikutnya digunakan transformasi koordinat polar

$$x = (2R) \cos \theta \quad (3)$$

dengan  $dx = (-2R) \sin \theta d\theta$ . Dengan demikian dapat diperoleh,

$$\int_{x_1}^{x_2} F_{gesek} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mu N dx = (-2\mu mgR) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d\theta = -2\mu mgR. \quad (4)$$

Substitusi persamaan (4) ke persamaan (1) menghasilkan,

$$\begin{aligned} mgh_0 &= \frac{7}{10}mv_A^2 - (-2\mu mgR) \\ v_A &= \sqrt{\frac{10}{7}g(h_0 - 2\mu R)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Panjang lintasan O-A dapat dihitung dengan persamaan sebagai berikut:

$$S_{OA} = \int_{x_1}^{x_2} x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2R) \cos \theta d\theta = 2R. \quad (6)$$

Waktu yang dibutuhkan bola untuk menempuh lintasan O-A dapat dihitung sebagai berikut:

$$t_{OA} = \frac{S_{OA}}{v_A - v_0} = \frac{2R}{\sqrt{\frac{10}{7}g(h_0 - 2\mu R)}} = \sqrt{\frac{14R^2}{5g(h_0 - 2\mu R)}}. \quad (7)$$

## 2. Lintasan A-C

Sama seperti pada lintasan O-A, untuk melakukan analisis pada lintasan A-C terlebih dulu akan ditentukan kecepatan bola di titik C. Dengan menggunakan hukum kekekalan energi dapat diperoleh:

$$\begin{aligned} EM_{awal} &= EM_{akhir} \\ W_{input} + EP_{(O)} + EK_{t(O)} + EK_{r(O)} &= EP_{(C)} + EK_{t(C)} + EK_{r(C)} + W_{output} \\ 0 + mgh_0 + 0 &= mgh_c + \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\omega_c^2 - \int_{x_1}^{x_2} F_{gesek} dx \\ mgh_0 &= mgh_c + \frac{7}{10}mv_c^2 - \int_{x_1}^{x_2} F_{gesek} dx. \end{aligned} \quad (8)$$

dengan,

$$\int_{x_1}^{x_2} F_{gesek} dx = \int_0^{\pi} \mu N dx = (-2\mu mgR) \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta = -4\mu mgR. \quad (9)$$

Dapat dilihat bahwa usaha yang hilang oleh gaya gesek ketika menempuh lintasan O-C lebih besar daripada ketika menempuh lintasan O-A. Secara fisis, hal ini menunjukkan bahwa semakin jauh lintasan yang ditempuh, maka energi yang hilang akibat gesekan akan semakin besar. Selanjutnya substitusi ke persamaan energi menghasilkan,

$$\begin{aligned} mgh_0 &= mgh_c + \frac{7}{10}mv_c^2 - (-4\mu mgR) \\ v_c &= \sqrt{\frac{10}{7}g(h_0 - h_c - 4\mu R)}. \end{aligned}$$

Untuk  $h_c = 2R$  maka diperoleh,

$$v_c = \sqrt{\frac{10}{7}g[h_0 - 2R(1 + 2\mu)]}. \quad (10)$$

Panjang lintasan A-C dapat dihitung sebagai berikut:

$$S_{AC} = S_{OA} = 2R. \tag{11}$$

Dengan demikian, waktu yang diperlukan bola untuk menempuh lintasan A-C adalah

$$t_{AC} = \frac{S_{AC}}{v_C - v_A} = \frac{2R}{\sqrt{\frac{10}{7}g[\sqrt{h_0 - 2R(1 + 2\mu)} - \sqrt{h_0 - 2\mu R}]}}. \tag{12}$$

3. Lintasan D-E-F

Ketika mencapai titik C ada 3 kemungkinan gerakan bola yaitu :

- a. Untuk  $N < 0$ , maka bola akan kembali turun dan beresilasi di sepanjang lintasan O-A-C.
- b. Untuk  $N = 0$ , maka bola akan bergerak naik dan terlepas dari lintasan.
- c. Untuk  $N > 0$ , maka bola akan bergerak turun di sepanjang lintasan D-E-F kemudian beresilasi. Akibat gesekan di sepanjang lintasan D-E-F bola mengalami redaman kemudian berhenti di titik E setelah  $t$  sekon.

Agar bola memenuhi kondisi (c), maka  $h_0$  harus memenuhi kondisi sebagai berikut. Komponen gaya yang bekerja pada bola yaitu:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= -F_{sentripetal} \\ N - mg &= -\frac{m}{R_C} v_C^2. \end{aligned} \tag{13}$$

Tanda (-) pada  $F_{sentripetal}$  di persamaan (13) menjamin bola tidak kembali ke lintasan O-A-C melainkan bergerak maju (menjauhi titik pusat rotasi) ke lintasan D-E-F. Dengan menggunakan definisi  $v_C$  dari persamaan (9) untuk  $R_C = R$  didapatkan

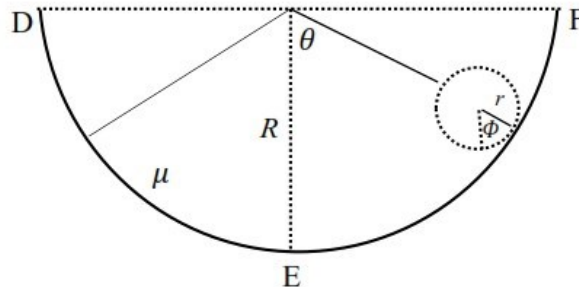
$$N = mg - \frac{m}{R} \frac{10}{7} g[h_0 - 2R(1 + 2\mu)]. \tag{14}$$

Agar bola tidak terlempar maka disyaratkan bahwa  $N > 0$ . Dengan demikian, dari persamaan (14) dapat diperoleh syarat ketinggian awal agar bola tidak terlempar dari lintasan sebagai berikut:

$$h_0 < R \left[ \frac{7}{10} + 2(1 + 2\mu) \right]. \tag{15}$$

**Analisis Total Waktu Tempuh Lintasan**

Untuk dapat menentukan waktu yang diperlukan bola hingga berhenti, terlebih dahulu akan dicari bentuk persamaan gerak bola. Ketika bergerak pada lintasan D-E-F bola bergerak bolak-balik (osilasi) dan diredam oleh gaya gesekan dengan koefisien gesekan  $\mu$  hingga akhirnya berhenti. Gerakan bola pada lintasan D-E-F diilustrasikan oleh gambar 3.



**Gambar 3.** Ilustrasi gerakan benda pada lintasan D-E-F

Berdasarkan gambar 3 dapat diperoleh hubungan geometri  $R\theta = r(\theta + \phi)$ . Untuk sembarang fungsi  $f := f(t)$ , didefinisikan  $\dot{f} := \frac{df}{dt}$ . Dengan demikian, dapat dihitung:

$$\dot{\phi} = \frac{R-r}{r} \dot{\theta}. \quad (16)$$

dengan  $R$  merupakan jari-jari lintasan,  $r$  merupakan jari-jari bola,  $\theta$  merupakan sudut rotasi terhadap pusat lintasan, dan  $\phi$  merupakan sudut rotasi terhadap pusat bola.

Energi yang dimiliki bola pada lintasan D-E-F diantaranya:

(1) Energi kinetik pada lintasan D-E-F

$$\begin{aligned} T &= EK_{translasi} + EK_{rotasi} - \int_{x_1}^{x_2} F_{gesek} dx \\ &= \frac{1}{2}m(R-r)^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\dot{\phi}^2 - \mu mg(R-r)\sin\theta \\ &= \frac{7}{10}m(R-r)^2\dot{\theta}^2 - \mu mg(R-r)\sin\theta \end{aligned} \quad (17)$$

(2) Energi potensial pada lintasan D-E-F

$$V = -mg(R-r)\cos\theta. \quad (18)$$

Didefinisikan fungsi Lagrangian sebagai berikut,

$$L = T - V = \frac{7}{10}m(R-r)^2\dot{\theta}^2 - \mu mg(R-r)\sin\theta + mg(R-r)\cos\theta. \quad (19)$$

Selanjutnya digunakan persamaan Lagrange [16,17],

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0, \quad (20)$$

dengan,

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) = \frac{d}{dt}\left[\frac{7}{5}m(R-r)^2\dot{\theta}\right] = \frac{7}{5}m(R-r)^2\ddot{\theta}, \quad (21)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -\mu mg(R-r)\cos\theta - mg(R-r)\sin\theta. \quad (22)$$

Untuk sudut  $\theta$  yang sangat kecil ( $\theta \ll 1$ ), berlaku  $\cos\theta \approx 1$  dan  $\sin\theta \approx \theta$ . Substitusikan  $\cos\theta \approx 1$  dan  $\sin\theta \approx \theta$  ke dalam persamaan Lagrange (20) sehingga menghasilkan,

$$\begin{aligned} \frac{7}{5}m(R-r)^2\ddot{\theta} + mg(R-r)\theta + \mu mg(R-r) &= 0 \\ \frac{7}{5}(R-r)\ddot{\theta} + g\theta + \mu g &= 0, \end{aligned} \quad (23)$$

dengan  $R-r$  merupakan posisi relatif pusat massa bola terhadap pusat lintasan D-E-F. Jika diasumsikan  $r \ll R$  (jari-jari bola  $r$  jauh lebih kecil daripada jari-jari lintasan  $R$ ), maka  $R-r \approx R$ . Dengan demikian dapat diperoleh persamaan gerak bola sebagai fungsi  $\theta$  sebagai berikut:

$$7R\ddot{\theta} + 5g\theta + 5\mu g = 0, \quad (24)$$

yang merupakan persamaan untuk gerak osilasi teredam, dengan faktor redaman  $\mu g$ . Solusi dari persamaan tersebut dapat diselesaikan secara numerik untuk mendapatkan berbagai informasi tentang dinamika osilasi bola dalam lintasan D-E-F diantaranya fungsi kecepatan dan posisi bola sebagai fungsi dari waktu ( $t$ ) serta waktu yang diperlukan hingga bola berhenti tepat di titik E (titik keseimbangan). Waktu total yang dibutuhkan hingga berhenti mulai dari titik O dapat dihitung sebagai berikut:

$$t_{total} = t_{OA} + t_{AC} + t_{osilasi(D-E-F)} \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2R}{\sqrt{\frac{10}{7}g(h_0 - 2\mu R)}} + \frac{2R}{\sqrt{\frac{10}{7}g[\sqrt{h_0 - 2R(1 + 2\mu)} - \sqrt{h_0 - 2\mu R}]} + t_{osilasi(DEF)} \\
 &= \sqrt{\frac{7}{10g}} \left[ \frac{1}{\sqrt{h_0 - 2\mu R}} + \frac{1}{(\sqrt{h_0 - 2R(1 + 2\mu)} - \sqrt{h_0 - 2\mu R})} \right] 2R + t_{osilasi(DEF)}.
 \end{aligned}$$

**Simulasi Fungsi Posisi dan Energi Terhadap Waktu**

Didefinisikan fungsi posisi  $r := r(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ , dengan  $x, y$  masing-masing merupakan posisi terhadap sumbu- $x$  dan sumbu- $y$ . Untuk membuat plot simulasi fungsi posisi  $r(x, y)$  dan energi ( $J$ ) terhadap waktu, terlebih dahulu akan dikonstruksi persamaan gerak sistem dengan menggunakan persamaan Lagrange. Komponen energi mekanik sistem dapat diuraikan sebagai berikut:

(1) Energi kinetik sistem

Energi kinetik sistem pada seluruh lintasan O-A-B-C-D-E-F secara umum diberikan oleh fungsi [16,17]

$$T = \frac{1}{2} m \dot{r}^2. \tag{26}$$

dengan  $m$  menyatakan massa bola, dan  $\dot{r}$  menyatakan kecepatan bola yang bergantung waktu ( $t$ ).

(2) Energi potensial sistem

Energi potensial sistem pada seluruh lintasan O-A-B-C-D-E-F secara umum didefinisikan oleh fungsi

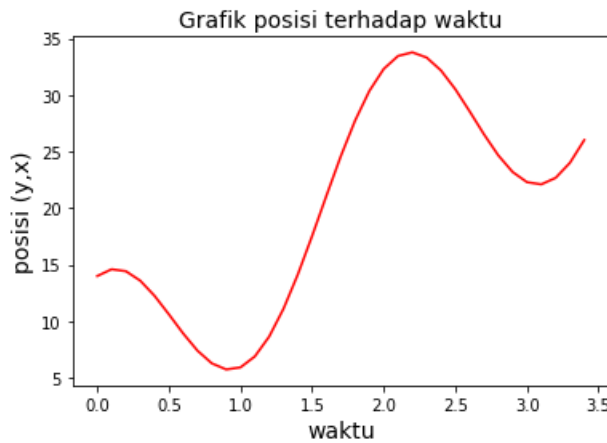
$$V = r[at + \cos(bt)], \tag{27}$$

dengan  $a$  dan  $b$  merupakan konstanta yang bergantung pada geometri lintasan dan koefisien gesekan bola dengan lintasan, dan  $t$  mendeskripsikan variabel waktu.

Dengan menggunakan persamaan Lagrange (20) diperoleh persamaan gerak bola sebagai berikut:

$$\ddot{r} = -\frac{a}{m}t - \frac{1}{m}\cos(bt), \tag{28}$$

dengan  $\ddot{r}$  mendeskripsikan fungsi percepatan terhadap waktu ( $t$ ). Integrasi persamaan (28) terhadap waktu menghasilkan



**Gambar 4.** Grafik fungsi posisi ( $y, x$ ) terhadap waktu ( $t$ )

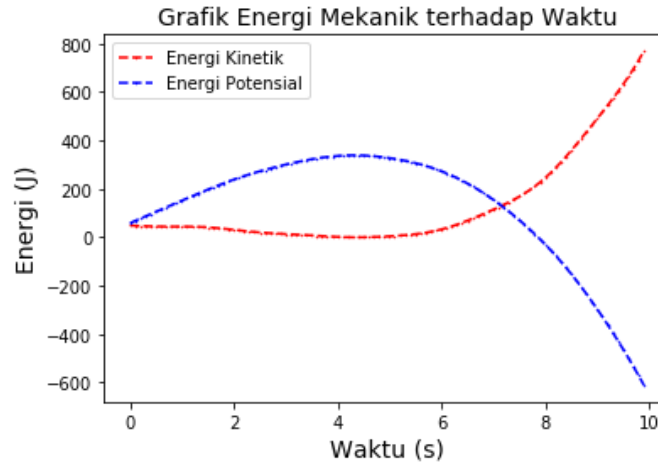
$$\dot{r} = v_0 - \frac{a}{2m}t^2 - \frac{1}{mb}\sin(bt), \tag{29}$$

dengan  $\dot{r}$  mendeskripsikan fungsi kecepatan terhadap waktu ( $t$ ) dan  $v_0$  menyatakan kecepatan awal bola. Integrasi persamaan (29) terhadap waktu menghasilkan

$$r = r_0 - \frac{a}{6m}t^3 + \left(v_0 - \frac{1}{mb}\right)t + \frac{1}{mb^2}\cos(bt), \tag{30}$$

dengan  $r$  mendeskripsikan fungsi posisi terhadap waktu ( $t$ ), dan  $r_0$  menyatakan posisi awal bola.

Didefinisikan nilai parameter  $a = 1, b = 3, m = 1, v = 10, r_0 = 5$ , dengan menggunakan persamaan (30) dapat dibuat plot simulasi fungsi posisi  $r(y, x)$  terhadap waktu ( $t$ ) dengan menggunakan program Python. Hasil simulasi fungsi posisi terhadap waktu dapat dilihat pada gambar 4. Selanjutnya, dari persamaan (26), (27), (29), dan (30) dapat dibuat plot simulasi fungsi energi mekanik ( $J$ ) terhadap waktu ( $t$ ). Hasil simulasi fungsi energi mekanik terhadap waktu dapat dilihat pada gambar 5.



Gambar 5. Grafik fungsi energi mekanik ( $J$ ) terhadap waktu ( $t$ )

Dapat dilihat bahwa gambar 4 yang merupakan hasil simulasi grafik fungsi posisi ( $y, x$ ) terhadap waktu ( $t$ ) memiliki bentuk yang mirip dengan gambar 2. Hal simulasi menunjukkan bahwa perhitungan analitik telah sesuai dengan kondisi nyata sistem. Lebih lanjut, berdasarkan grafik energi mekanik ( $J$ ) terhadap waktu ( $t$ ) seperti ditunjukkan pada gambar 5 dapat dilihat bahwa di sepanjang lintasan energi kinetik berbanding terbalik dengan energi potensial. Secara fisis, ketika bola menaiki lintasan maka ketinggian bola bertambah sehingga mengakibatkan energi potensial bola bertambah. Di lain pihak, kecepatan bola melambat akibat adanya gaya gravitasi yang melawan arah gerak benda sehingga mengakibatkan energi kinetik bola berkurang. Proses ketika bola menaiki lintasan menunjukkan adanya perubahan energi dari energi kinetik menjadi energi potensial. Begitu pula sebaliknya untuk gerakan turun. Pada saat turun, ketinggian bola berkurang sehingga mengakibatkan energi potensial bola berkurang. Akan tetapi, kecepatan benda meningkat sehingga mengakibatkan energi kinetik bola meningkat. Proses ketika bola menuruni lintasan menunjukkan adanya perubahan energi dari energi potensial menjadi energi kinetik. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa peristiwa dinamika gerak menggelinding yang dialami bola pada lintasan roller coaster baik ketika menaiki maupun menuruni lintasan memenuhi hukum kekekalan energi yang menyatakan bahwa energi dalam sistem tertutup tidak dapat diciptakan dan dimusnahkan, tetapi hanya berubah bentuk dari satu bentuk energi ke bentuk energi lainnya.

#### 4. KESIMPULAN

Dalam penelitian ini telah dilakukan pemodelan terhadap gerak menggelinding pada lintasan roller coaster sederhana. Lintasan tersebut dimodelkan sebagai tiga lintasan setengah lingkaran dengan jari-jari berbeda yang terhubung satu sama lain, dengan lintasan pertama berjari-jari  $2R$  sedangkan lintasan kedua dan ketiga berjari-jari  $R$ . Berdasarkan hasil pemodelan yang telah dilakukan, dapat diperoleh kesimpulan diantaranya:

- (1) Syarat ketinggian awal lintasan agar partikel, dipilih misalnya bola pejal, tidak terlempar setelah melewati ujung lintasan adalah

$$h_0 < R \left[ \frac{7}{10} + 2(1 + 2\mu) \right].$$

- (2) Waktu total yang diperlukan bola hingga berhenti dengan lintasan yang diberikan pada gambar 1 adalah

$$t_{total} = \sqrt{\frac{7}{10g}} \left[ \frac{1}{\sqrt{h_0 - 2\mu R}} + \frac{1}{(\sqrt{h_0 - 2R(1 + 2\mu)} - \sqrt{h_0 - 2\mu R})} \right] 2R + t_{osilasi(DEF)}.$$

- (3) Berdasarkan hasil simulasi grafik fungsi posisi terhadap waktu, didapatkan bahwa grafik simulasi memiliki bentuk yang mirip dengan gambar 2. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa perhitungan analitik telah sesuai dengan kondisi nyata



sistem. Lebih lanjut, berdasarkan hasil simulasi grafik energi mekanik terhadap waktu, didapatkan bahwa peristiwa dinamika gerak menggelinding yang dialami bola pada lintasan roller coaster memenuhi hukum kekekalan energi. Ketika bola menaiki lintasan, terjadi perubahan energi kinetik menjadi energi potensial. Sebaliknya, ketika bola menuruni lintasan terjadi perubahan energi potensial menjadi energi kinetik.

## 5. REFERENSI

- [1] R. Nawangwulan, “Patah Tulang dan Tak Bisa Kerja, 2 Korban Kecelakaan Roller Coaster TKL Ecopark Kota Magelang Tuntut Bantuan Operasional Rp 50 Ribu per Hari”, diakses 1 Juli 2024, dari: <https://radarjogja.jawapos.com/jawa-tengah/654566971/patah-tulang-dan-tak-bisa-kerja-2-korban-kecelakaan-roller-coaster-tkl-ecopark-kota-magelang-tuntut-bantuan-operasional-rp-50-ribu-per-hari>
- [2] W.J. Schuttert, “Design and Optimisation of Roller Coaster Elements using Reinforcement Learning”, thesis, Enschede, Netherlands: Mechanical Engineering, University of Twente, 2022.
- [3] F. Cianetti dan C. Braccesi, “Development of a procedure for the structural design of roller coaster structures: The supporting structures”, *Engineering Structures*, Vol.168, 1, 643-652, 2018.
- [4] C. Braccesi, F. Cianetti, dan L. Landi, “Integrated Roller Coaster Design Environment: Dynamic and Structural Vehicle Analysis”, *International Mechanical Engineering Congress and Exposition, IMECE2015-51504*, 2016.
- [5] J. Ambrosio dan J. Pombo, “Modelling tracks for roller coaster dynamics”, *Internasional Journal of Vehicle Design*, Vol. 45, No. 4, 470-500, 2007.
- [6] M.G.Z. Agusti, A. Kecskeméthy, dan J. Schilder, “Effects of Contact Nonlinearities on the Vibration Response of Roller Coaster Trains Along Spatial Trajectories”, *The 7<sup>th</sup> International Conference on Multibody System Dynamics*, No. 13470, 2024.
- [7] L.H. Zheng, Z. Liu, M.L. Chen, dan Y.T. Zhu, “Vibration modeling and position-dependent analysis of spatial trajectory roller coaster”, *Archive of Applied Mechanics*, 87, 489–502, 2017.
- [8] H. Wang dan H. Wang, “The dynamic simulation model of suspended roller coaster based on virtual prototype”, *2010 International Conference on Educational and Information Technology*, Chongqing, China, pp. V1-193-V1-196, 2010.
- [9] F. Afrianto, D.J. Putra, H. Kurniawati, A.H. Aimon, dan N. Kurniasih, “Studi Analisis Mekanika Fisika dalam Lintasan Loop the Loop Berbentuk Clothoid pada Roller Coaster”, *PROSIDING SNIPS 2018*, 247-253, 2018.
- [10] A.B. Nordmark dan H. Essen, “The comfortable roller coaster—on the shape of tracks with a constant normal force”, *European Journal of Physics*, 31, 1307–1317, 2010.
- [11] D. Singh dan A. Srivatsan, “Reviewing the Physics of Roller Coasters”, *International Journal of Science and Research (IJSR)*, 12 (6), 1888-1890, 2023.
- [12] A.M. Pendrill, “Student investigations of the forces in a roller coaster loop”, *European Journal of Physics*, 34, 1379-1389, 2013.
- [13] A.M. Pendrill, “Students making sense of motion in a vertical roller coaster loop”, *Physics Education*, 54, 1-13, 2019.
- [14] A. Anisofira, F.D.E. Latief, dan P. Sinaga, “Analisis Gerak Roller Coaster Menggunakan Tracker dengan Pendekatan Multi Modus Representasi Sebagai Sarana Siswa Memahami Konsep Kinematika”, *PROSIDING SKF 2016*, 26-32, 2016.
- [15] S.Y. Erlangga dan H. Saputro, “Mini Roller Coaster (Miroco) sebagai Media untuk Menghitung Percepatan Ditinjau dari Energi Mekanik”, *Risalah Fisika*, 2 (2), 29-33, 2018.
- [16] D. Morin, “Introduction to Classical Mechanics: With Problems and Solutions”, Cambridge University Press, 2008.
- [17] H. Goldstein, C. Poole dan J. Safko, “Classical Mechanics,” 3rd Edition, Addison Wesley, Boston, 2002.