

Estimasi Koreksi Relativistik pada Efisiensi Mesin Carnot dalam Kerangka Non-Inersia

Arifin Achmad^{1*}, Muflihatun¹, dan Sulistiyan Hayu Pratiwi²

¹ Jurusan Fisika, FMIPA, Universitas Jenderal Soedirman, Jalan Dr. Suparno No. 61, Purwokerto 53123, Indonesia

² Indonesian Scholar Society, Desa Sibrama, Kec. Kemranjen, Kabupaten Banyumas 53194, Indonesia

ARTICLE INFO

Riwayat Artikel:

Draft diterima: 14 April 2025

Revisi diterima: 16 September 2025

Diterima: 19 September 2025

Tersedia Online: 24 Oktober 2025

Corresponding author:

arifin.achmad@unsoed.ac.id

ABSTRAK

Artikel ini meneliti koreksi relativistik terhadap efisiensi mesin Carnot dalam kerangka non-inersia, dengan fokus pada objek masif seperti bintang neutron dan lubang hitam. Berdasarkan hasil studi, pada kerangka noninersia, suhu lokal dan efisiensi mesin Carnot dipengaruhi oleh rotasi serta percepatan linier. Dengan menggunakan pendekatan relativistik, diperoleh bahwa koreksi efisiensi bergantung pada parameter percepatan dan kecepatan sudut. Hasil simulasi menunjukkan bahwa koreksi relativistik menjadi signifikan dalam kondisi ekstrem, seperti pada bintang neutron yang berotasi cepat yaitu sekitar 10^{-4} sampai 10^{-3} atau dalam medan gravitasi kuat di sekitar lubang hitam (sekitar orde $O(1)$). Penelitian ini telah mengkaji batasan termodinamika klasik dalam kondisi relativistik serta implikasinya terhadap teori mesin panas Carnot dalam astrofisika. Paper ini tidak meninjau secara mendetail distribusi massa, efek medan magnet pada bintang neutron berotasi, maupun efek quantum kuantum pada lubang hitam. Fokus utama penelitian ini adalah pada estimasi koreksi temperatur Tolman untuk kerangka noninersial.

Kata kunci: Efisiensi mesin Carnot, kerangka non-inersia, koreksi relativistik, suhu Tolman

ABSTRACT

This paper investigates relativistic corrections to the efficiency of Carnot engines in non-inertial frames, focusing on massive objects such as neutron stars and black holes. The results of this study show that, in non-inertial frames, the local temperature and the efficiency of Carnot engines are influenced by rotation and linear acceleration. Using a relativistic approach, it is found that the efficiency correction depends on the acceleration and angular velocity parameters. Simulation results indicate that relativistic corrections become significant under extreme conditions, such as rapidly rotating neutron stars of about 10^{-4} to 10^{-3} or in strong gravitational fields around black holes of about $O(1)$. This paper does not examine in detail the mass distribution, magnetic field effects on rotating neutron stars, or quantum effects on black holes. Instead, it focuses on estimating the Tolman temperature correction for non-inertial frames.

Keywords: Carnot engine efficiency, non-inertial frame, relativistic corrections, Tolman temperature.

1. PENDAHULUAN

Studi tentang batas termodinamika dalam kerangka noninersia, khususnya dalam konteks bintang neutron dan lubang hitam, merupakan bidang yang kompleks karena menggabungkan konsep termodinamika relativistik, mekanika statistik, dan relativitas umum. Kerangka noninersia, yang ditandai dengan percepatan atau rotasi, memberikan modifikasi terhadap perilaku sistem termodinamika dalam kondisi ekstrem. Dalam kerangka non-inersia, definisi besaran termodinamika seperti suhu dan entropi harus disesuaikan dengan memperhitungkan pengaruh percepatan dan rotasi. Perluasan konsep keseimbangan dari kerangka inersia ke noninersia diperlukan agar ansambel Gibbs relativistik dan "suhu mikro-kanonik Lorentz invariant" terdefinisi dengan baik [1]. Teori ini sangat penting untuk memahami bagaimana sistem bintang neutron, khususnya pada kasus bintang neutron yang berotasi cepat atau berada di bawah pengaruh gravitasi kuat, dapat mencapai kesetimbangan termodinamika meskipun sifatnya noninersia. Selain itu, perilaku medan kuantum dalam kerangka noninersia dapat menimbulkan kesulitan

dalam mendeskripsikan keadaan partikel dalam kondisi percepatan [2]. Hasil analisis oleh [2] menekankan bahwa detektor atom yang disiapkan dalam kerangka inersia tidak dapat begitu saja diperlakukan sebagai sejumlah partikel tetap jika dilihat dari perspektif noninersia. Hal ini berimplikasi pada sifat termodinamika sistem bintang neutron dan lubang hitam, di mana interaksi partikel dan efek kuantum bersifat signifikan.

Sifat termodinamika lubang hitam, khususnya lubang hitam yang berputar atau bermuatan, juga menunjukkan karakteristik unik dalam kerangka noninersia. Misalnya, studi tentang lubang hitam Kerr-AdS mengungkapkan bahwa analisis termodinamika harus mempertimbangkan kecepatan sudut yang diukur oleh pengamat dalam kerangka tidak berputar pada jarak tak hingga [3]. Hal ini penting untuk menerapkan hukum termodinamika pada lubang hitam secara tepat, karena kerangka yang berputar dapat menyebabkan perbedaan dalam interpretasi energi dan stabilitas [4]. Lebih jauh lagi, konsep dekoherensi dalam kerangka noninersia, menunjukkan bahwa keterikatan *multipartite* dapat dipengaruhi secara signifikan oleh percepatan, yang dapat mengubah perilaku termodinamika sistem kuantum [5]. Hal ini sangat relevan dalam konteks bintang neutron, di mana efek kuantum memainkan peran penting dalam perilaku materi dalam kondisi ekstrem. Ansambel mikrokanonik relativistik, memberikan landasan untuk memahami mekanika statistik sistem dalam kerangka inersia dan noninersia [6]. Pendekatan ini sangat penting untuk menganalisis batas termodinamika sistem bintang neutron, di mana efek relativistik tidak dapat diabaikan. Kajian mengenai termodinamika dalam kerangka noninersia, khususnya dalam konteks mesin panas relativistik, menghasilkan interaksi yang kompleks antara termodinamika klasik dan teori relativitas. Prinsip-prinsip dasar yang mengatur efisiensi mesin kalor, seperti yang dikemukakan oleh Carnot, tetap berlaku bahkan ketika diperluas ke kerangka relativistik. Efisiensi mesin kalor kuantum, termasuk yang beroperasi dalam kondisi relativistik, pada dasarnya bergantung pada rasio suhu reservoir panas dan dingin, sebagaimana yang ditunjukkan dalam konteks klasik dan kuantum [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13].

Termodinamika merupakan landasan ilmu fisika yang mendasari proses transfer energi dan prinsip kerja dalam berbagai sistem. Namun, teori termodinamika klasik gagal memperhitungkan efek relativistik, terutama dalam kerangka noninersia yang melibatkan rotasi dan percepatan linier. Teori termodinamika dalam medan gravitasi statik telah dipelajari oleh Tolman and P. Ehrenfest, yang menunjukkan bahwa gradien suhu dalam kesetimbangan mengikuti hubungan tersebut $T \propto \sqrt{-g_{00}}$. Namun ide ini belum diperluas ke mesin termodinamika dalam kerangka noninersia [14], [15], [16]. Penelitian ini bertujuan untuk memberikan estimasi koreksi relativistik efisiensi termodinamika dalam kerangka noninersia dan menganalisis beberapa kondisi ekstrim, serta objek-objek masif berdasarkan teori yang dikembangkan oleh [14-16].

2. Estimasi Koreksi Relativistik pada Efisiensi Mesin Carnot dalam Kerangka Non-Inersia

Metrik ruang-waktu untuk kerangka yang berputar dengan kecepatan sudut Ω dan percepatan linier a adalah [17]:

$$ds^2 = g_{00} c^2 dt^2 + dr^2 + r^2 d\phi^2 + dz^2 \quad (1)$$

dengan g_{00} merupakan komponen waktu dari tensor metrik $g_{\mu\nu}$ yang menggambarkan faktor dilatasi waktu, dituliskan sebagai:

$$g_{00} = -\left(1 - \frac{\Omega^2 r^2}{c^2} - \frac{2ar}{c^2}\right). \quad (2)$$

Sebuah sistem bintang neutron atau lubang hitam yang berotasi dapat diandaikan sebagai reservoir panas stasioner dalam kerangka non-inersia, yang mana suhu lokal pada jarak tertentu diberikan oleh:

$$T_{local} = T_0 \sqrt{1 - \frac{\Omega^2 r^2}{c^2} - \frac{2ar}{c^2}} \quad (3)$$

dengan T_0 adalah suhu referensi pada titik awal (origin). Hukum pertama termodinamika relativistik dalam kerangka noninersia menjadi:

$$dE = TdS - (P + par)dV \quad (4)$$

dengan suku *par* merupakan suku yang timbul dari usaha yang diperlukan untuk mengatasi gaya noninersia. Hukum kelestarian entropi dalam fluida relativistik dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\nabla_\mu (su^\mu) = 0, s = \frac{S}{V} \quad (5)$$

dengan u^μ adalah kecepatan-4 dan s adalah rapat entropi. Dari Persamaan (3), pada sebuah mesin Carnot dalam sistem non-inersia, suhu lokal untuk reservoir tinggi dan rendah dapat ditulis sebagai berikut:

$$T_c = T_{0c} \sqrt{1 - \frac{\Omega^2 r_c^2}{c^2} - \frac{2ar_c}{c^2}} \quad (6)$$

$$T_h = T_{0h} \sqrt{1 - \frac{\Omega^2 r_h^2}{c^2} - \frac{2ar_h}{c^2}} \quad (7)$$

dengan T_{0c} dan T_{0h} merupakan suhu rendah dan tinggi untuk titik awalnya masing-masing. Anggap semua proses bersifat reversibel, maka entropinya konstan sehingga berlaku:

$$\frac{Q_{in}}{T_{in}} = \frac{Q_{out}}{T_{out}}. \quad (8)$$

Substitusikan Q_{out} ke dalam rumus efisiensi mesin Carnot, maka diperoleh:

$$\eta = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{T_{out}}{T_{in}} = 1 - \frac{T_c}{T_h}. \quad (9)$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan (6) dan (7), diperoleh ekspresi efisiensi mesin Carnot sebagai berikut:

$$\eta = 1 - \frac{T_{0c} \sqrt{1 - \frac{\Omega^2 r_c^2}{c^2} - \frac{2ar_c}{c^2}}}{T_{0h} \sqrt{1 - \frac{\Omega^2 r_h^2}{c^2} - \frac{2ar_h}{c^2}}} = 1 - \frac{T_{0c}}{T_{0h}} \left(1 - \frac{\Omega^2 r_c^2}{c^2} - \frac{2ar_c}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{\Omega^2 r_h^2}{c^2} - \frac{2ar_h}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (10)$$

Karena suku koreksi relativistik kecil, maka suku di dalam tanda kurung pada Persamaan (10) dapat didekati dengan ekspansi $(1+x)^n \approx 1+nx$, sehingga diperoleh:

$$\eta = 1 - \frac{T_{0c}}{T_{0h}} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\Omega^2 r_c^2}{c^2} + \frac{2ar_c}{c^2} \right) \right] \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\Omega^2 r_h^2}{c^2} + \frac{2ar_h}{c^2} \right) \right].$$

Dengan mengambil suku orde pertama saja, maka diperoleh:

$$\eta = \eta_{cl} - \delta\eta_r \quad (11)$$

dengan suku pertama η_{cl} merupakan efisiensi mesin Carnot klasik, sedangkan $\delta\eta_r$ merupakan koreksi relativistik efisiensi mesin Carnot, yang keduanya diberikan oleh:

$$\eta_{cl} = 1 - \frac{T_{0c}}{T_{0h}}; \quad \delta\eta_r = \frac{T_{0c}}{T_{0h}} \left[\frac{\Omega^2 (r_h^2 - r_c^2) + 2a(r_h - r_c)}{2c^2} \right]. \quad (12)$$

Untuk objek-objek yang memiliki gravitasi besar, misalnya bintang neutron dan lubang hitam, bagian percepatan liniernya akan sama dengan medan gravitasi objek tersebut.

$$a = g = \frac{GM}{r^2} \quad (13)$$

dengan G , M dan r , berturut-turut merupakan konstanta gravitasi universal, massa objek, dan radius objek. Untuk objek yang masif atau bermassa sangat besar, koreksi relativistiknya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\delta\eta_r = \frac{T_{0c}}{T_{0h}} \left[\frac{\Omega^2 (r_h^2 - r_c^2)}{2c^2} + \frac{GM}{(r_h - r_c)c^2} \right] \quad (14)$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini dilakukan beberapa variasi nilai parameter kecepatan sudut Ω dan percepatan linier a . Selain itu, juga dikaji objek-objek yang memiliki kecepatan sudut rotasi ekstrem, yaitu bintang neutron dan lubang hitam. Untuk simulasi numerik, digunakan data-data input sebagai berikut:

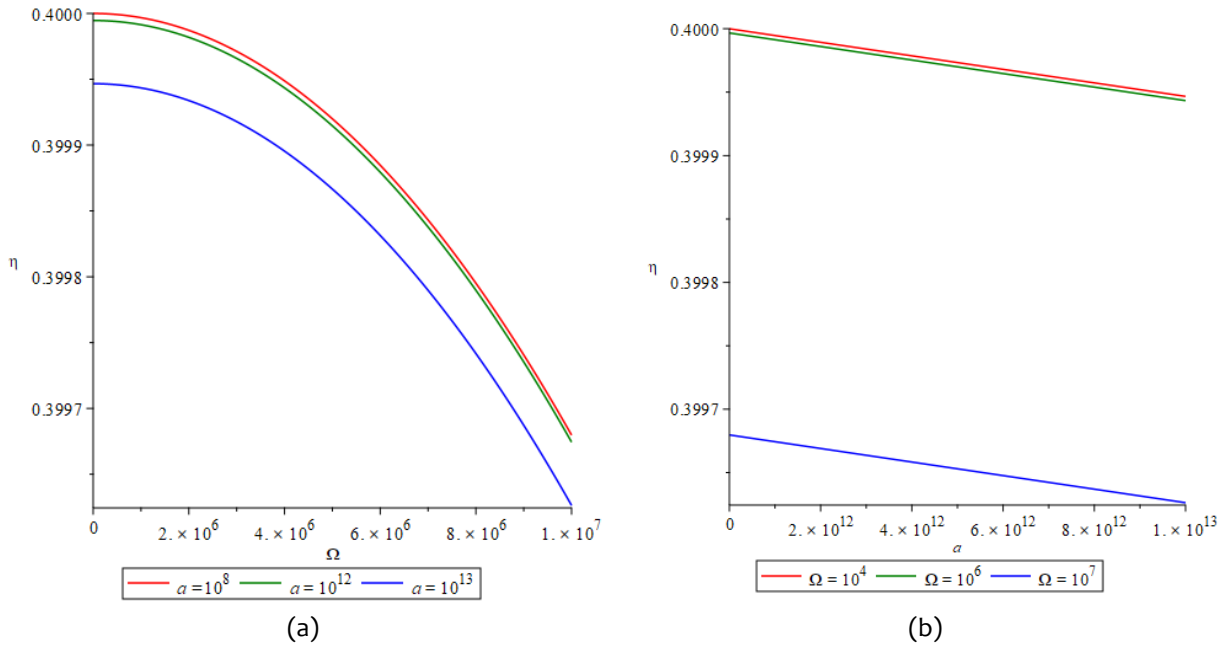
Tabel 1. Parameter input pada temperatur rendah

T_{0c} (K)	T_{0h} (K)	r_c (m)	r_h (m)
300	500	0,2	1

Pemilihan parameter ini tidak mempengaruhi hasil yang diperoleh, karena pada penelitian ini meninjau pengaruh kerangka noninersia yang diwakili oleh percepatan a dan percepatan sudut Ω . Dengan parameter-parameter input tersebut, diperoleh efisiensi mesin Carnot klasik sebesar $\eta_{cl} = 0,4$. Selanjutnya, dilakukan variasi percepatan linier dan kecepatan sudut untuk melihat pengaruh kerangka noninersia. Variasi nilai a dan Ω yang dipilih harus cukup signifikan agar perubahannya dapat terlihat pada grafik. Hasilnya kemudian diplot sebagai efisiensi mesin Carnot terhadap:

a) kecepatan sudut Ω dengan percepatan linier $a = 10^8, 10^{12}, 10^{13}$

b) percepatan linier a dengan kecepatan sudut $\Omega = 10^4, 10^6, 10^7$ (Gambar 1).



Gambar 1. Grafik efisiensi mesin Carnot terhadap (a) kecepatan sudut (rad/s), untuk berbagai nilai percepatan linier (m/s²) dan (b) percepatan linier (m/s²), untuk berbagai nilai kecepatan sudut (rad/s)

Dari Gambar 1, terlihat bahwa efisiensi mesin Carnot akan semakin berkurang seiring dengan meningkatnya nilai percepatan linier dan kecepatan sudut objeknya. Berdasarkan Persamaan (12), nilai koreksi relativistik akan mulai berpengaruh ketika nilai $\Omega^2(r_h^2 - r_c^2)$ atau $a(r_h - r_c)$ mendekati nilai c^2 . Oleh karena itu, koreksi relativistik mulai tampak sedikit dominan, yaitu berorde 10^{-4} , untuk nilai percepatan sekitar 10^9 m/s² dan kecepatan sudut sekitar 10^4 rad/s.

Selanjutnya, akan ditinjau kasus dimana faktor koreksi relativistik untuk kerangka acuan noninersia berlaku pada bintang neutron yang berotasi dan lubang hitam. Pada penelitian ini tidak akan dibahas secara mendetail distribusi massa, efek medan magnet pada bintang neutron berotasi, serta efek kuantum pada lubang hitam. Penelitian ini berfokus pada estimasi koreksi temperatur Tolman untuk kerangka noninersia.

Bintang Bermassa besar dan Bintang Neutron Berotasi

Untuk bintang neutron yang berotasi cepat (pulsar), periode rotasinya dapat mencapai sekitar 1 milidetik, sehingga menghasilkan kecepatan sudut sebesar:

$$\Omega_{BN} = \frac{2\pi}{T} \sim 10^3 \text{ rad/s} \quad (15)$$

Bintang neutron rata-rata memiliki radius 10 km, yang akan menghasilkan nilai koreksi akibat rotasi sebesar:

$$\frac{\Omega^2 r^2}{c^2} = \left(\frac{10^3 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^8} \right)^2 \sim 10^{-5} \quad (16)$$

Sementara itu, koreksi akibat medan gravitasi dengan massa rata-rata bintang neutron, yaitu sekitar dua kali massa Matahari, akan menghasilkan:

$$\frac{GM}{rc^2} \sim \frac{6,67 \times 10^{-11} \cdot 2 \cdot 1,989 \times 10^{30}}{10^4 \cdot (3 \times 10^8)^2} \sim 2 \times 10^{-4} \quad (17)$$

Untuk bintang yang bermassa sangat besar, yaitu lebih dari 10^5 massa Matahari, akan menghasilkan koreksi sekitar:

$$\frac{GM}{rc^2} \sim \frac{1}{640} \sim 10^{-3} \quad (18)$$

Lubang Hitam

Untuk lubang hitam berotasi (Kerr) di dekat event horizon, dimana radiusnya sama dengan radius Schwarzschild, memiliki nilai kecepatan sudut sebesar:

$$\Omega_{BH} \sim \frac{c}{r_s} \sim \frac{c}{\frac{GM}{c^2}} = \frac{c^3}{GM} \quad (19)$$

Untuk massa lubang hitam mendekati massa Matahari, maka:

$$\Omega_{BH} \sim \frac{(3 \times 10^8)^3}{6,67 \times 10^{-11} \cdot 1,989 \times 10^{30}} \sim 10^4 \text{ rad/s} \quad (20)$$

Sementara itu, percepatan pada lubang hitam berotasi disekitar event horizon adalah:

$$a_{BH} \sim \frac{GM}{r_s^2} \sim \left(\frac{c^2}{2GM} \right)^2 \quad (21)$$

Untuk massa lubang hitam yang mendekati massa Matahari, diperoleh:

$$a_{BH} \sim \left(\frac{(3 \times 10^8)^2}{2 \cdot 6,67 \times 10^{-11} \cdot 1,989 \times 10^{30}} \right)^2 \sim 10^{12} \text{ m/s}^2 \quad (22)$$

Dengan demikian, koreksi relativistiknya menjadi:

$$\frac{2a_{BH}r_s}{c^2} \sim \mathcal{O}(1) \quad (23)$$

Terlihat bahwa untuk kasus lubang hitam, suku koreksinya besar, yaitu mendekati hasil klasik. Oleh karena itu, diperlukan perumusan yang lebih kompleks, misalnya dengan mempertimbangkan radiasi Hawking.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil perhitungan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa untuk benda-benda masif yang berotasi cepat, efek koreksi relativistik akibat kerangka noninersia cukup dominan. Efek ini menimbulkan koreksi pada suhu tinggi dan suhu rendah mesin Carnot, sehingga efisiensinya menurun pada nilai kecepatan sudut dan percepatan linier yang besar. Pada bintang neutron yang berotasi cepat (*pulsar*), efek koreksinya sekitar 10^{-4} , sedangkan pada lubang hitam, koreksinya sangat dominan. Penelitian ini memberikan estimasi terhadap koreksi relativistik pada objek-objek masif yang berotasi cepat. Namun, diperlukan pengembangan teori lebih lanjut yang melibatkan teori relativitas umum dan mekanika kuantum (*quantum gravity*) untuk memperoleh pemahaman yang lebih mendalam mengenai termodinamika objek-objek tersebut dalam kerangka noninersia.

5. REFERENSI

- [1] L. Lusanna, "From Relativistic Mechanics towards Relativistic Statistical Mechanics," *Entropy*, vol. 19, no. 9, p. 436, Aug. 2017, doi: 10.3390/e19090436.
- [2] R. Falcone and C. Conti, "Frame dependence of the nonrelativistic limit of quantum fields," *Phys. Rev. D*, vol. 107, no. 8, p. 085016, Apr. 2023, doi: 10.1103/PhysRevD.107.085016.
- [3] S. G. Ghosh, R. Kumar, L. Tannukij, and P. Wongjun, "Rotating black strings in de Rham-Gabadadze-Tolley massive gravity," *Phys. Rev. D*, vol. 101, no. 10, p. 104042, May 2020, doi: 10.1103/PhysRevD.101.104042.
- [4] G. W. Gibbons, A. H. Mujtaba, and C. N. Pope, "Ergoregions in magnetized black hole spacetimes," *Class. Quantum Grav.*, vol. 30, no. 12, p. 125008, June 2013, doi: 10.1088/0264-9381/30/12/125008.
- [5] M. Ramzan, "Decoherence and Multipartite Entanglement of Non-Inertial Observers," *Chinese Phys. Lett.*, vol. 29, no. 2, p. 020302, Feb. 2012, doi: 10.1088/0256-307X/29/2/020302.
- [6] D. Alba, H. W. Crater, and L. Lusanna, "On the relativistic micro-canonical ensemble and relativistic kinetic theory for N relativistic particles in inertial and non-inertial rest frames," *Int. J. Geom. Methods Mod. Phys.*, vol. 12, no. 04, p. 1550049, Apr. 2015, doi: 10.1142/S0219887815500498.
- [7] E. Muñoz and F. J. Peña, "Magnetically driven quantum heat engine," *Phys. Rev. E*, vol. 89, no. 5, p. 052107, May 2014, doi: 10.1103/PhysRevE.89.052107.
- [8] A. Purwanto, H. Sukanto, and B. A. Subagyo, "Quantum Carnot Heat Engine Efficiency with Minimal Length," *JMP*, vol. 06, no. 15, pp. 2297–2302, 2015, doi: 10.4236/jmp.2015.615234.
- [9] M. Y. Abd-Rabbou, A. U. Rahman, M. A. Yurischev, and S. Haddadi, "Comparative study of quantum Otto and Carnot engines powered by a spin working substance," *Phys. Rev. E*, vol. 108, no. 3, p. 034106, Sept. 2023, doi: 10.1103/PhysRevE.108.034106.
- [10] S. Çakmak, M. Çandır, and F. Altintas, "Construction of a quantum Carnot heat engine cycle," *Quantum Inf Process*, vol. 19, no. 9, p. 314, Sept. 2020, doi: 10.1007/s11128-020-02831-1.
- [11] B. Ram and B. R. Majhi, "Laws of thermodynamic equilibrium within first order relativistic hydrodynamics," *Annals of Physics*, vol. 476, p. 169963, May 2025, doi: 10.1016/j.aop.2025.169963.
- [12] J. Santiago, "On the Connections between Thermodynamics and General Relativity," 2019, *arXiv*. doi: 10.48550/ARXIV.1912.04470.

- [13] M. L. Bera, S. Julià-Farré, M. Lewenstein, and M. N. Bera, “Quantum heat engines with Carnot efficiency at maximum power,” *Phys. Rev. Research*, vol. 4, no. 1, p. 013157, Feb. 2022, doi: 10.1103/PhysRevResearch.4.013157.
- [14] R. C. Tolman and P. Ehrenfest, “Temperature Equilibrium in a Static Gravitational Field,” *Phys. Rev.*, vol. 36, no. 12, pp. 1791–1798, Dec. 1930, doi: 10.1103/PhysRev.36.1791.
- [15] J. A. S. Lima, A. Del Popolo, and A. R. Plastino, “Thermodynamic equilibrium in general relativity,” *Phys. Rev. D*, vol. 100, no. 10, p. 104042, Nov. 2019, doi: 10.1103/PhysRevD.100.104042.
- [16] W. M. Suen and K. Young, “Thermodynamic equilibrium in relativistic rotating systems,” *Class. Quantum Grav.*, vol. 5, no. 11, pp. 1447–1457, Nov. 1988, doi: 10.1088/0264-9381/5/11/008.
- [17] Sean M. Carroll, (2019) *Spacetime and Geometry - An Introduction to General Relativity*. 2nd ed.). Cambridge University Press.